



LE POINT SUR LA RECHERCHE

MATHÉMATIQUE

Bulletin d'information
février 1999

Coup d'oeil sur quelques acquis mathématiques en cinquième et sixième années

Ladislav Ntamakiliro, Université de Fribourg

Les moyens d'enseignement de mathématiques de 5e et 6e années vont faire l'objet d'ajustements en raison notamment de l'introduction d'un enseignement nouveau de cette discipline dans les degrés 1 à 4. L'étude conduite par le groupe «Mathématiques» de la Commission de Coordination des Centres de Recherche Pédagogique de la Suisse Romande et du Tessin peut être considérée comme une contribution à ce travail, car il apporte un éclairage utile sur le degré de maîtrise de certains contenus mathématiques, ainsi que sur quelques difficultés rencontrées par les élèves de ces degrés. Elle apporte des réponses aux questions suivantes : les élèves de cinquième et de sixième sont-ils capables de résoudre des problèmes relativement complexes ? Dans quelle mesure progressent-ils entre la fin de la cinquième et la fin de la sixième ? A la suite de l'introduction de nouveaux moyens d'enseignement au début des années 80, le niveau d'apprentissage est-il meilleur qu'auparavant ?

Dans cette étude, quatre tests parallèles ont été utilisés. La version originale comporte sept activités¹ dont trois (une tâche de mesure du temps, un problème de mesure de l'aire et un problème de mesure de l'altitude) sont tirées

¹ Sans compter la tâche de construction géométrique destinée à une approche qualitative des stratégies des élèves dans ce domaine ainsi qu'une tâche facultative.

des épreuves utilisées par l'IRDP en 1980 et 1981 (Pochon, 1991), alors que les quatre autres (un problème de proportionnalité, deux activités d'analyse de données et une tâche de rangement de nombres décimaux) sont extraites d'une épreuve utilisée en France par la Direction de l'Evaluation et de la Prospective du Ministère de l'Education Nationale².

² Direction de l'Evaluation et de la Prospective (1993). *Evaluation CE2-6ème, résultats nationaux, septembre 1993*. Paris: Ministère de l'Education Nationale.

La recherche présentée ici a été conçue et pilotée par le groupe «Mathématiques» de la Commission de Coordination des Centres de Recherche Pédagogique de la Suisse Romande et du Tessin. Je tiens à remercier tous les membres du groupe pour leur précieuse collaboration: Alex Blanchet, Jacques-André Calame, Jean-Luc Gurtner, Anne Claude Hess-Crottet, Raymond Hutin, Antonella Melcarne, Gérard Piquerez, Werner Riesen, Sophie Robert Götz, Elhadi Saada, Chantal Tièche Christinat et Jacques Weiss. Je remercie également Jacqueline Moret pour sa contribution au traitement informatique des données; les enseignantes, les enseignants et les élèves des classes visitées qui ont bien voulu sacrifier une partie de leur temps à cette étude.

Cette évaluation ne couvre pas tout le programme d'enseignement des mathématiques de cinquième et de sixième. Elle ne porte que sur trois domaines mathématiques, à savoir les fonctions linéaires, l'analyse de données, et la mesure. Cette limitation des contenus a permis d'approfondir davantage l'examen des connaissances des élèves. En particulier, le recours aux formes parallèles a permis de tester différents niveaux et formes de connaissance de chaque contenu-cible.

Chacun des quatre tests parallèles a été soumis à près de 600 élèves de tous les cantons romands. Au total, 2 319 élèves de cinquième et de sixième ont été interrogés.

L'analyse des résultats s'est basée principalement sur les taux de réussite des élèves à chacune des activités. Les effets des variations de la syntaxe ou de la sémantique introduites dans les différentes versions parallèles

ont été attentivement examinés. Les performances des élèves de sixième ont été comparées à celles des élèves de cinquième afin d'apprécier les progrès réalisés. Les résultats des élèves de cinquième et de sixième aux trois activités de mesure (mesure du temps, mesure de l'aire et mesure de l'altitude) ont été comparés à ceux qu'une étude de l'IRDP avait mis en évidence quinze ans auparavant. Enfin, les résultats des élèves de cinquième à la tâche de rangement des nombres, au problème de proportionnalité et aux deux activités d'analyse de données ont été mis en rapport avec ceux des élèves français de CM2 (cinquième année).

Pour donner un aperçu des résultats de cette étude (le rapport complet peut être obtenu à l'IRDP, Ntamakiliro, 1998), nous nous limiterons à trois activités : la proportionnalité, l'analyse de données graphiques et la mesure de l'altitude.

Le problème de proportionnalité

On ne s'attend pas à ce qu'à la fin de la sixième primaire tous les élèves soient capables de résoudre des problèmes de proportionnalité d'une certaine complexité. C'est normalement au secondaire inférieur qu'un enseignement systématique de diverses situations de proportionnalité est prévu. La dernière étude de l'Association internationale pour l'évaluation du rendement scolaire (IEA),

TIMSS³, montre que beaucoup d'élèves de 7e et de 8e année sont encore en difficulté face aux problèmes de proportionnalité relativement complexes⁴. En cinquième et en sixième, les élèves sont simplement initiés à la résolution de problèmes de proportionnalité. Une des formes les plus courantes de cette initiation consiste à représenter certaines situations de proportionnalité (covariation de différentes compo-

³ Third International Mathematics and Science Study.

⁴ Jaquet, F. (1998). TIMSS, les apports pour la didactique des mathématiques. *Education et Recherche*, 20(1), 55-69.

santes d'une recette de cuisine, variation des prix en fonction de la quantité, par exemple) à l'aide d'un tableau de correspondance.

Tableau 1

Données du problème de proportionnalité

Kilos de fraises	6	9	15	y
Kilos de sucre	4	6	x	12

Le problème de proportionnalité proposé dans le cadre de cette étude est du type de ceux qu'on rencontre dans les manuels de cinquième et de sixième. Il est question du rapport entre la quantité de fraises et la quantité de sucre requises pour faire de la confiture. Les données du problème figurent au tableau 1. Le problème consiste à trouver x (la quantité de sucre correspondant à 15 kilos de fraises) et y (la quantité de fraises correspondant à 12 kilos de sucre).

En cinquième et en sixième, respectivement 64% et 73% ont trouvé x . En ce qui concerne

y , le pourcentage est plus faible: 49% en cinquième et 64% en sixième. Dans beaucoup de cas, ceux qui n'ont pas réussi manifestent une compréhension partielle de la situation de proportionnalité. Certains élèves se basent sur la relation fonctionnelle entre telle quantité de fraises et telle quantité de sucre sans tenir compte des deux suites numériques. D'autres, en revanche, se réfèrent exclusivement à la suite numérique de la quantité de sucre pour trouver la valeur de x . Toutefois, certaines opérations de multiplication ou d'addition sur les nombres en présence ne reflètent ni la logique des deux suites numériques, ni la relation fonctionnelle entre les deux variables de la situation de proportionnalité.

Tableau 2

Taux de réussite au problème de proportionnalité

	Cinquième	Sixième
x	64%	73%
y	49%	64%

Analyse de données graphiques

Le graphique soumis aux élèves représente les périodes de reproduction de certains poissons (figure 1). Les tâches d'analyse prévues sont plus ou moins complexes en raison du nombre d'éléments mis en relation, des opérations logico-mathématiques requises ainsi que de la syntaxe utilisée.

Les taux de réussite aux tâches de mise en relation simple sont très élevés. A la question "quel est le mois de l'année durant lequel il n'y a pas de reproduction ?", ils s'élèvent à 90% en 5P et à 93% en 6P. Aux tâches de mise en relation complexe, en revanche, les taux de réussite sont faibles. La tâche "écris le nom du

Figure 1

Situation d'analyse de données graphiques

Ablette						■	■					
Brochet			■	■	■							
Carpe					■	■	■	■	■			
Sandre				■	■	■	■					
Saumon										■	■	■
Truite	■	■								■	■	■
	janv.	fév.	mars	avril	mai	juin	juillet	août	sept.	oct.	nov.	déc.

poisson qui a la période de reproduction la plus longue" n'est réussie que par 38% en 5P et 46% en 6P. Beaucoup d'élèves ont indiqué le sandre (49% en 5P et 47% en 6P), ce qui montre qu'ils n'ont pas perçu la subtilité de la représentation graphique en question. Car, si au plan strictement visuel, on peut observer deux périodes de reproduction distinctes, en

réalité, une seule période de la mi-octobre à la mi-février est représentée.

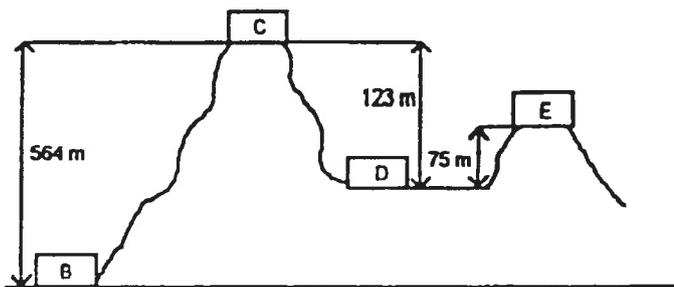
Les résultats des élèves français de CM2 ne diffèrent guère de ceux de leurs voisins romands. On observe les mêmes difficultés pour les tâches d'analyse de données graphiques.

Mesure de l'altitude

A partir de la figure 2, le problème consiste à déterminer l'altitude des localités B, C et E, sachant que l'altitude de D est égale à 1120 m.

Figure 2

Situation de mesure de l'altitude



Malgré le support visuel, ce problème est assez difficile pour les élèves de cinquième et de sixième dans la mesure où ils ont à se représenter des transformations logico-mathématiques, un aspect du calcul relationnel dont la maîtrise progressive s'étend bien au-delà de l'école primaire⁵. Le niveau de difficulté des tâches varie en raison du nombre de transformations en jeu ainsi que de leur nature additive ou soustractive.

⁵ Vergnaud, G. et Durand, C. (1976). Structures additives et complexité psychogénétique. *Revue Française de Pédagogie*, 36, 28-43.

Les tâches de composition de deux ou plusieurs transformations nécessitent des schémas de problèmes plus élaborés que celles où n'intervient qu'une seule transformation. Les taux de réussite (tableau 3) en témoignent. En cinquième, 55% ont trouvé l'altitude de C, 57% l'altitude de E, alors que seuls 32% ont trouvé l'altitude de B. Il en est de même en sixième où 69% des élèves ont trouvé l'altitude de C, autant en ce qui concerne l'altitude de E, alors que seuls 45% ont trouvé l'altitude de B.

Ces taux de réussite ne diffèrent guère de ceux que l'étude précitée de l'IRDP avait mis en évidence en 1980 en cinquième et en 1981 en sixième. Aux tâches de mesure de l'altitude, de l'aire et du temps, les taux de réussite sont restés stables. Ce constat confirme les résultats d'une étude plus ancienne de l'IRDP⁶ d'où il est apparu qu'il n'y avait pas de différences majeures entre les résultats des élèves ayant suivi le programme de mathématiques modernes et ceux qui avaient suivi le programme traditionnel. Aujourd'hui comme hier, il semble que les changements apportés au

niveau du plan d'études ou des moyens d'enseignement des mathématiques n'aient guère eu d'effet sur le degré d'apprentissage des élèves. Ce qui n'exclut pas qu'ils aient eu un effet sur d'autres aspects du développement intellectuel ou socio-affectif.

Tableau 3

Taux de réussite au problème de mesure de l'altitude

	Altitude de C	Altitude de E	Altitude de B
5 ^{ème} en 1980	55%	58%	34%
5 ^{ème} en 1995	55%	57%	32%
6 ^{ème} en 1981	70%	73%	44%
6 ^{ème} en 1995	69%	69%	45%

⁶ Pochon, L.-O. (1982). Test comparatif en mathématique après quatre ans de scolarité : description des résultats. *Education et Recherche*, 4(1), 31-47.

Une pratique de différenciation qui pose problème

Si on préfère regarder le verre à moitié vide plutôt qu'à moitié plein, on constate qu'en fin de sixième, plus du tiers des élèves sont en difficulté face à certains problèmes arithmétiques ou logico-mathématiques adaptés pourtant au programme qu'ils ont suivi. Alors qu'ils réussissent assez facilement les tâches de calcul et de mise en relation simple, leurs stratégies de résolution de problèmes sont encore incomplètes ou inadaptées. Pour preuve, la fréquence de procédures additives inadéquates

lors de la résolution du problème de proportionnalité, le peu de flexibilité dans la perception des indices pertinents dans l'analyse de données graphiques, la difficulté de se représenter les transformations additives ou soustractives lors de la mesure de l'altitude. Quelques-uns semblent manquer de stratégies pour résoudre des problèmes complexes comme l'attestent les taux de plus de 10% de non-réponse aux tâches de ce type.

Ce constat est à mettre en relation avec des enseignements qui accordent plus d'importance aux activités de maîtrise des opérations et des algorithmes qu'à la résolution de problèmes ou qu'aux activités de découverte et de recherche active. Les ateliers mathématiques ne sont réservés, dans certains cas, qu'aux élèves les

plus rapides ou aux plus compétents, comme l'a montré d'ailleurs l'enquête effectuée auprès des enseignants de cinquième et de sixième (Calame, 1995). On peut s'interroger alors sur la pertinence de cette forme de différenciation de l'enseignement.

Références

Calame, J.-A. (1995). *Math 5-6 ... pas si mal! Evaluation des moyens romands d'enseignement des mathématiques en 5ème et 6ème années*, Neuchâtel: IRDP: CCCR. (Recherches 95.102)

Ntamakiliro, L. (1998). *Acquisitions en mathématiques en fin de cinquième et de sixième primaire*. Neuchâtel: IRDP. (Recherches 98.103)

Pochon, L.-O. (1991). *Connaissances mathématiques à l'école primaire. Bilan des acquisitions en fin de cinquième et de sixième année*. Berne: Peter Lang.

A lire également ...

Parutions en mathématiques

"Point sur la recherche" - Mathématiques, publié en mai 1995, sur l'évaluation du moyen d'enseignement Math 5-6.

MATH-ECOLE : une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques. 5 numéros par an. (<http://www.unine.ch/irdp/math-eco/>)

Comité de lecture

Anne-Marie Broi, ORESTE, Neuchâtel
Nadia Revaz, ORDP, Sion
Jacques Weiss, IRDP, Neuchâtel.

Les membres du groupe intercentres «Mathématiques» ont également relu ce texte.

Informations et commandes de publications

Institut de Recherche et de Documentation Pédagogique
Fbg. de l'Hôpital 43 - C.P. 54 - CH-2007 Neuchâtel 7
fax : +41 32 889 69 71

Ce document peut être consulté sur Internet à l'adresse :
<http://www.unine.ch/irdp/>