

Proposition de plan d'études MATHÉMATIQUES au cycle initial

Mandat de la DGEO (commission du CIN-Vaud)

Rapport de travail coordonné par Chantal Tièche Christinat



Proposition de plan d'études MATHÉMATIQUES au cycle initial

Mandat de la DGEO (commission du CIN-Vaud)*

Rapport de travail coordonné par : Chantal Tièche Christinat
Auteurs : Aeschbacher Frédérique
Carrard Christian
Stierli Elisabeth
Tièche Christinat Chantal

* Mandat de la Direction générale de l'enseignement obligatoire du canton de Vaud dans le cadre de l'élaboration du plan d'études de mathématiques au cycle initial (CIN)

Texte publié avec l'autorisation de la DGEO du canton de Vaud.

Toutefois, cette publication de l'IRD est un document de travail. La diffusion en est restreinte et toute reproduction, même partielle, ne peut se faire sans l'accord de son(s) auteur(s).

**Cette publication est également disponible sur le site IRDP:
<http://www.irdp.ch/>**

Photo de couverture : Maurice Bettex – IRDP

Sommaire

I. FONDEMENTS THÉORIQUES ET RÉFLEXIONS	1
1. PROLÉGOMÈNES	1
2. LES CONCEPTIONS DE L'APPRENTISSAGE ET LEURS FONDEMENTS	2
3. L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES CHEZ LES JEUNES ENFANTS : UN REGARD SUR DIFFÉRENTS PROGRAMMES	3
II. PLAN D'ÉTUDES EN MATHÉMATIQUES POUR LE CIN	7
1. PRÉSENTATION DE LA DISCIPLINE	7
2. LES DOMAINES D'ÉTUDES	8
<i>Le domaine numérique</i>	8
<i>Le domaine de la mesure</i>	9
<i>Le domaine de l'espace</i>	9
3. LES OBJECTIFS PRIORITAIRES D'APPRENTISSAGE ET LEURS COMPOSANTES	10
4. LES BALISES ET LES PISTES INDICATIVES POUR L'ENSEIGNANT-E	14
<i>Le domaine numérique</i>	15
<i>Le domaine de la mesure</i>	16
<i>Le domaine de l'espace</i>	17
5. RESSOURCES NÉCESSAIRES ET CONSEILLÉES	18
BIBLIOGRAPHIE	19

I. Fondements théoriques et réflexions

1. Prolégomènes

L'enseignement des mathématiques à l'école constitue un postulat, un principe dont la légitimité n'est plus à démontrer. Intégrée dans les programmes et les curricula des élèves dès l'apparition de la scolarisation, cette discipline cependant demeure l'objet des discussions nombreuses qui remettent en question sa place et ses fondements, mais jamais son existence.

Dans le cadre du projet dont nous sommes mandataires, nous ne pouvons faire l'économie d'un tel questionnement. Quels buts poursuit l'enseignement des mathématiques ? A quelles fins et pour quels objectifs l'enseignant et l'élève confrontent-ils leurs savoirs et leurs connaissances à cet univers si particulier ?

Diverses publications et communications plus ou moins récentes fournissent des indications intéressantes et offrent une base de réflexion que nous évoquerons rapidement dans les quelques pages suivantes.

- Le degré de maîtrise des mathématiques constitue souvent un motif de choix de la profession par les jeunes. Il est communément admis tant dans les milieux universitaires que professionnels que les compétences développées en mathématiques constituent un socle sur lequel la formation professionnelle doit pouvoir s'appuyer. Cette exigence de compétences, réitérée récemment lors du colloque *Education et techniques* tenu à l'EPFL (2006) pourrait constituer une confirmation importante des contenus à enseigner durant la scolarité et inscrits sous la forme de lignes directrices et de points de convergence dans le dossier 49 de la CDIP (1998). Une liste de contenus mathématiques à enseigner ne saurait cependant suffire à définir l'ensemble des finalités de l'enseignement des mathématiques.
- Charnay (1996) souligne qu'au-delà de leur utilité pour le citoyen¹, comme acteur social et économique, les connaissances mathématiques permettent d'appréhender de façon critique les informations mises à disposition et fournissent des aides à la compréhension d'autres disciplines. En cela, cet auteur poursuit la réflexion didactique des années 1990. Huttin, en 1992, conservait l'espoir de *"dégager le système éducatif du carcan de l'élitisme et de la stigmatisation de l'échec, de construire une école mieux adaptée, qui renonce à l'encyclopédisme stérile de nos programmes de maturité pour gagner en efficacité, qui consacre le droit à une formation indispensable à la mobilité des travailleurs, droit qui ne peut porter ses fruits qu'à la condition expresse que les jeunes n'aient pas été dégoûtés de l'apprentissage par les systèmes scolaires qu'ils ont été contraints de fréquenter."* (p.11). A cette fin, il évoquait les qualités indéniablement requises dans tous métiers

¹ Charnay rappelle par ailleurs que le volume des connaissances mathématiques nécessaires dans le quotidien a, grâce aux nouvelles technologies, fortement diminué.

scientifiques, et qui ont pour nom curiosité, capacité de reconnaître ses erreurs et remise en cause de son savoir. A celles-ci, nous pourrions ajouter attrait des énigmes, promptitude à se lancer des défis intellectuels, besoin de connaître la vérité. Ces caractères exigibles certes de tout scientifique, le sont aussi de tout citoyen.

- PISA (Schleicher, 2001) souligne à son tour l'importance de la résolution de problèmes. Si plusieurs didacticiens n'ont pas attendu l'engouement politique voué à l'étude de la littéracie et à la résolution de problèmes pour en souligner l'importance, les enquêtes PISA ancrent de manière plus soutenue la nécessité de lier enseignement des mathématiques et activité de recherche. La résolution de problème est au cœur de l'activité mathématicienne. Non pas comme lieu de réinvestissement d'un savoir défini où il suffirait de choisir, puis d'appliquer à bon escient une procédure déjà connue, mais comme lieu créateur de nouvelles connaissances et procédures, au moyen de recherches, essais et erreurs. Par ailleurs tout mathématicien – les interviews de Wiles (O'Connor & Robertson, 1997) ou certains articles de Dieudonné en sont quelques exemples – souligne la lenteur de la recherche en mathématique et la nécessité de phases heuristiques où "*l'intuition, la maturation, le bricolage, l'expérience, l'induction, la formulation de conjectures soumises à la preuve, l'éclair.... interviennent tour à tour*" (Charnay, 1996, p. 28).
- Les mathématiques, dont l'ancrage est indéniablement lié à l'expérience du monde et de la pensée ont leur propre autonomie et leur façon de penser le vrai et le faux. C'est aussi en tant qu'objet culturel que l'enseignement doit s'intéresser aux mathématiques, afin de permettre et susciter la création de nouveaux objets mathématiques.

2. Les conceptions de l'apprentissage et leurs fondements

Les conceptions pédagogiques de l'enseignement/apprentissage rappellent que les jeunes enfants qui débutent la scolarité n'attendent pas ce moment pour initier leurs apprentissages et n'arrivent pas incultes de toutes expériences ni de tout savoir relatif aux disciplines enseignées. S'il est du devoir de l'école de permettre à tous les élèves d'avoir des bases communes et partagées, celles-ci se construisent sur les connaissances déjà établies par un jeu d'équilibrations majorantes qui permettent de dépasser les cadres de pensées antérieures. La relation avec l'environnement (Piaget, 1975) et en particulier avec les savoirs que l'enseignement expose induit de nouvelles connaissances. Il n'est pas vain de rappeler que leur développement évolue par progression et est fonction des déstabilisations que les connaissances préétablies rencontrent. Face à la nouveauté ou à la difficulté, l'organisme cognitif répond par une adaptation qui met en place un jeu d'assimilation et d'accommodation permettant de trouver un nouvel équilibre. La construction et l'appropriation des connaissances naissent ainsi d'un état de déséquilibre du système. Ce principe fondamental de tout développement cognitif a une incidence très importante pour l'apprentissage scolaire. La confrontation à des problèmes et leur résolution même partielle prend une place centrale et dirige l'ensemble des apprentissages. On est ainsi loin de l'apprentissage des mathématiques qui procéderait d'un apprentissage des techniques opératoires et des bases de la numération en dehors de tout confrontation au milieu numérique. Au vu des travaux importants, l'enseignement des mathématiques à lui aussi suivit la même évolution conceptuelle que l'enseignement et l'apprentissage de la natation. Il paraît aujourd'hui inconcevable, voire ridicule d'apprendre à nager sur un tabouret même si

durant plusieurs années, le maître nageur préconisait cette technique. La présence d'un milieu aquatique est nécessaire à l'apprentissage et au sens qu'il y a d'apprendre, voire au plaisir de flotter et de découvrir de nouvelles sensations. Il en va de même pour l'apprentissage des mathématiques : la confrontation au milieu mathématique, à ses spécificités et à ses propriétés devient partie indispensable de l'apprentissage et n'en constitue pas uniquement la finalité. La présence de problèmes et d'un milieu mathématique qui crée du sens à de nouvelles connaissances sont désormais incontournables. Cette nécessité de prendre en considération le milieu n'exclut toutefois pas les apprentissages plus techniques qui permettent à l'élève de prendre quelque distance avec le milieu pour mieux l'investir ensuite.

Les différentes approches didactiques actuelles ont pour fondement ces analyses du développement cognitif et s'appuient également sur l'importance de la médiation verbale. Ainsi pour Vygotsky, il ne pourrait y avoir de développement des concepts scientifiques sans apport verbal et communicatif. Le langage offre une clé à la pensée et au développement de concepts formels que l'action ne saurait à elle seule capturer. La didactique, comme le rappelle Vergnaud (1994) ne peut donc se situer à l'écart d'une telle analyse et se doit de placer le langage des pairs comme essentiel à la construction des compétences que l'école entend fournir aux élèves.

Nous inscrivons de fait notre proposition de plan d'études dans cette perspective et non point dans une approche théorique transmissive et comportementaliste. Toutefois, nous ne saurions taire l'importance du rôle de l'enseignant. Les conditions de réalisation d'un milieu favorable à la création d'obstacles cognitifs et subséquemment au développement de nouvelles connaissances relèvent de sa responsabilité. Elles supposent une compétence professionnelle importante et constamment enrichie et questionnée. Provoquer un état de déséquilibre, afin de permettre l'élaboration d'un nouvel équilibre cognitif, sans décourager, en maintenant curiosité et motivation, relèvent également du rôle de l'enseignant. Si la création d'un milieu indispensable à l'apprentissage est réalisable au moyen d'activités décrites et répertoriées dans différents ouvrages méthodologiques et didactiques, l'institutionnalisation des savoirs que l'école a retenus comme essentiels est également du ressort de l'enseignant. L'école ne saurait omettre ce rôle de l'enseignant, sous peine peut-être d'empêcher l'ancrage culturel des connaissances développées chez les élèves et d'éluder les missions qui lui sont confiées.

3. L'enseignement des mathématiques chez les jeunes enfants : un regard sur différents programmes

Les contenus et les compétences attendues à chaque degré ainsi que les attitudes mentionnées ci-dessus figurent dans la majorité des plans d'études cantonaux que nous avons consultés ainsi que dans le PECARO. Nous tenons cependant à rappeler certains éléments essentiels de ceux-ci.

Les manuels scolaires en vigueur en Suisse romande dans les degrés 1-9 intègrent la perspective de faire construire les savoirs par la résolution de problèmes. Ils font écho aux ouvrages publiés par ERMEL (1978 ; 1982 ; 1990) et aux travaux des didacticiens français de mathématiques, en particulier de Brousseau (1996). L'école belge et les travaux de N. Rouche (1992 ; 1995) préconisent également une approche similaire pour l'enseignement/apprentissage des mathématiques. Dans un autre registre, S. Baruck (1985) et J.

Nimier (1976) rappellent également l'importance de donner du sens aux enseignements de mathématiques afin de permettre aux élèves d'engager des connaissances et de les mettre à l'épreuve, de les articuler les unes aux autres afin de passer à un niveau de conceptualisation supérieure. Ces nouvelles conceptions permettent à l'élève de reconnaître et de regrouper les situations qui relèvent d'un même champ conceptuel.

«Le sens apparaît ainsi comme la possibilité d'engager une activité ayant quelque rapport avec la situation présentée. Le sens renvoie à l'activité, non pas à la sémantique. Une situation qui a du sens c'est une situation qui permet au sujet d'engager une activité, de l'amorcer au moins sinon de la conduire jusqu'au bout» (Vergnaud, 1999, p 209).

Les finalités de l'école vaudoise décrites dans la version mai 2000 du DFJ placent les connaissances dans une perspective globale d'éducation. Ainsi chaque discipline contribue à développer les aspects transversaux que sont apprendre, vivre et travailler avec les autres, se développer. Nous retiendrons en particulier l'idée que l'école doit être un lieu où se construisent des connaissances en interaction avec son milieu social et où l'élève "s'interroge, tâtonne, compare ses découvertes avec ce qu'il connaît déjà et déconstruit des représentations préalables pour construire de nouvelles connaissances".

L'étude des programmes français (www.eduscol.education.fr), des orientations de *La scuola dell'infanzia* du Tessin, des différents programmes romands et même outre-Atlantique du programme du Nouveau Brunswick, nous amène aux constatations suivantes.

L'Education nationale française par le biais de la direction de l'enseignement scolaire définit les contenus des enseignements en maternelle et dans les autres sections. En ce qui concerne les mathématiques, le document souligne que le programme pour l'école maternelle ne comporte aucune partie disciplinaire. Toutefois, l'enseignement des mathématiques n'y est pas oublié, mais est intégré sous la rubrique *Découverte du monde*.

Toujours en France, Berdonneau dans son livre *Activités mathématiques pour tout-petits* (2005) propose un regroupement des activités pour les élèves de maternelle en 4 domaines : Le développement de l'esprit logique, la structuration de l'espace et la découverte de la géométrie, le domaine numérique, ainsi que l'approche des grandeurs, repérage et approche de la mesure.

Dans la logique, nous trouvons, les appariements, le tri et les classements, l'ordre et les suites. Dans le second domaine figurent la connaissance générale de l'espace, la géométrie dans l'espace, de l'espace au plan et la géométrie plane. Le troisième comprend la comparaison de collections, la mémorisation de la comptine numérique, le dénombrement, les représentations analogiques du nombre, l'écriture chiffrée. La dernière partie enfin aborde les grandeurs géométriques, les masses et le repérage dans le temps.

Dans les cantons romands, la variété des structures cantonales et de l'organisation scolaire ne permet pas toujours de distinguer ce qui relève de l'enseignement enfantin et de l'enseignement primaire. Ainsi à Genève, nous notons que l'école élémentaire (-2 à +2) poursuit des objectifs d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques par le biais de la résolution de problèmes. "*Pour l'élève, apprendre les mathématiques, c'est dans le cadre de la résolution de problèmes, investir ses connaissances dans des problèmes, les modifier, les réorganiser, en construire de nouvelles*" (p.39). L'école valaisanne et son programme mathématique s'inscrit dans la poursuite des objectifs du plan d'études romand (CIIP/SR+TI, 1997) et partage ainsi les intentions générales de l'enseignement des mathématiques. Nous en rappelons ci-dessous les trois composantes :

participer avec d'autres disciplines, au développement de diverses capacités intellectuelles



Permettre l'exploration de notions, de propriétés et de relations dans le domaine des nombres, des grandeurs et des figures

- *imagination, curiosité*
- *raisonnement, modélisation*
- *argumentation, vérification*



Viser l'acquisition de techniques et de notions relevant du domaine des mathématiques

susciter l'envie de comprendre, permettre le développement d'une pensée autonome et de la confiance en soi



Favoriser la communication par l'utilisation d'éléments propres au langage mathématique : graphiques, schémas, symboles

(extraits du Plan d'études romand de mathématiques, Corome 1997).

Dans les autres cantons romands il semblerait que l'inscription de l'enseignement des mathématiques au secteur enfantin relève de la même logique et de la même intention.

L'école tessinoise quant à elle s'inscrit dans une perspective quelque peu différente des cantons romands. Les aspects didactiques s'organisent autour de quatre dimensions : la dimension socio-affective et morale, la dimension psychomotrice, la dimension expressive et la dimension cognitive. C'est dans cette quatrième dimension que prennent place les aspects logico-mathématiques et ceux liés à l'éducation scientifique. Cette dernière offre l'avantage d'un domaine mathématique qui ne soit pas fragmenté et qui tienne compte des champs connexes que sont la langue et les sciences. Les auteurs du plan d'études tessinois parlent **d'alphabétisation scientifique** qui "*devrait suggérer – par la manipulation de divers matériaux – des hypothèses qui réfèrent à certains aspects de la nature ou à des expériences réalisées dans le cadre scolaire*" (traduction de l'auteur).

Le programme ArAl, de la région du Trentino et de la Vénétie, primé pour sa nouveauté par le Ministère Italien, introduit dès la Scuola dell'Infanzia, des aspects mathématiques traduits en différentes formes symboliques. Les représentations écrites et le langage sont inscrits d'emblée comme passage obligé pour l'acquisition des mathématiques. En particulier, il s'agit essentiellement de développer l'aspect symbolique de l'écrit et de l'oral et la pensée analogique (les activités de Brioschi). En effet, cette approche consiste à donner du sens aux activités mathématiques, arithmétiques et algébriques ou préalgébriques au moyen de l'utilisation du langage courant. Il y a lieu de montrer les différentes formes langagières possibles d'une formule mathématique.

"È opportuno che Brioschi venga introdotto prima possibile, quando l'insegnante affronta la matematica nei suoi aspetti linguistici e quindi pone la classe di fronte alle questioni della rappresentazione e della traduzione". (Traduction libre : *Il est nécessaire que Brioschi soit introduit le plus tôt possible, dès que l'enseignant aborde les aspects linguistiques des mathématiques et met par conséquent sa classe devant des questions de représentation et de traduction*). (<http://www.aralweb.it>).

Le programme mathématique du Nouveau Brunswick, dans sa version provisoire de 2003, rappelle que dans quelque contexte que se soit, les "*mathématiques composent en elles-mêmes une extraordinaire discipline intellectuelle et culturelle, mais servent également de manière incontestable le développement des savoirs dans toutes les sciences, sciences*

humaines, autant que pures et appliquées. (...) Même définie dans et en fonction d'une situation ou d'un problème donné, la notion mathématique trouve rapidement un sens et une utilité dans une multitude de champ. Elle prend ainsi figure universelle". (Ministère de l'Education, 2003, p. 22) L'apprentissage des mathématiques est dès lors entendu comme un levier qui permet aux élèves de développer la pensée et constitue simultanément un outil puissant pour l'appropriation du réel, pour raisonner, pour résoudre des problèmes et pour communiquer. A cette fin, le Nouveau Brunswick adopte des principes didactiques qui orientent le programme en quatre domaines conceptuels :

1. gérer et résoudre des situations-problèmes
2. communiquer mathématiquement
3. raisonner mathématiquement
4. établir des liens.

L'ensemble des documents consultés et mentionnés ci-dessus nous conforte dans l'idée que les mathématiques s'inscrivent dans une perspective d'enseignement et d'apprentissage solidaire au développement scientifique et cognitif de l'élève. La résolution de problèmes à la fois comme moyen de s'approprier de la culture scientifique et de développer des connaissances nouvelles est incontournable. La résolution de problème se trouve ainsi être moyen et but. De plus, il semble également que l'orientation des programmes scolaires, même s'ils définissent des contenus de savoirs spécifiques au domaine mathématique s'inscrit dans ce que les tessinois nomment "*l'alphabétisation scientifique*". Afin de ne pas usurper le sens de cette définition, il nous semblerait plus judicieux de parler d'éducation mathématique et scientifique.

II. Plan d'études en mathématiques pour le CIN

1. Présentation de la discipline

Considérées comme discipline de l'abstraction, de la représentation et de la recherche de régularités, les "mathématiques" ont pour origine étymologique le mot grec μάθημα (mathêma), qui signifie science, connaissance, apprentissage (mathematikos : qui aime apprendre). Plus traditionnellement, les mathématiques sont vues comme un modèle de connaissance humaine, dont les résultats sont considérés comme objectifs, universels et éternels, d'où sa réputation de reine des sciences et d'étalon de la rigueur et de la vérité.

Les mathématiques constituent un élément extrêmement important dans le développement intellectuel. Discipline revendiquée tant pour l'insertion sociale que pour la réussite scolaire, les mathématiques font souvent à elles seules ou conjointement à l'apprentissage de l'écrit figure de proue. Discipline de pointe mais aussi discipline pratique, alliant haute technologie (informatique, ingénierie) et fabrication d'objets, sa maîtrise est un atout pour les élèves et leur insertion sociale. Son enseignement, à la fois nécessaire et obligé, a pour objectif d'en permettre la maîtrise et de favoriser le développement intellectuel des élèves. L'enseignement des mathématiques à de très jeunes élèves s'appuie sur des situations et des objets concrets pour les mener vers une abstraction grandissante et une pensée structurée, cohérente, logique, créative qui leur permet d'agir de manière réfléchie et sensée.

Le plan d'études pour le CIN est conçu autour du concept de l'éducation mathématique et scientifique et retient trois compétences privilégiées à développer.

1. Le premier réfère à la compétence à **se représenter et à résoudre des situations-problèmes** en construisant et en mobilisant des notions, des démarches et des connaissances protoscientifiques – de l'ordre du balbutiement scientifique – et scientifiques.
2. Le second objectif concerne **le développement de la pensée logico-mathématique** en établissant des relations entre différentes actions et connaissances et en permettant l'élaboration d'un raisonnement mathématique inductif, déductif et créatif.
3. Le troisième concentre son attention sur **la communication et sur l'acquisition d'un langage mathématique** afin de familiariser l'élève à communiquer dans un langage approprié ses procédures de résolution et ses résultats.

Les situations-problèmes et leurs résolutions parfaites ou imparfaites s'inscrivent de plein droit au cœur des mathématiques. Au titre d'expériences et de situations mobilisantes, elles demeurent l'activité principale et constituent pour l'école un objet et un moyen d'apprentissage. A ce titre, les situations-problèmes telles qu'elles sont conçues dans les moyens romands (COROME) permettent de donner un sens aux nouvelles connaissances construites. Leur résolution exige de l'élève la mise en œuvre et l'élaboration d'une suite d'actions ou d'opérations qui poursuivent un but commun. La solution n'étant pas disponible d'emblée, l'élève va devoir chercher dans son répertoire de connaissances, celles qui sont

nécessaires à la résolution, celles qui devront être adaptées, modifiées ou enrichies. La résolution de situation-problème permet ainsi de construire de nouvelles procédures plus efficaces et de remodeler le cadre de pensée et les connaissances de l'élève.

Le raisonnement logico-mathématique est nécessaire non seulement aux mathématiques, mais à l'ensemble des disciplines scolaires. L'élève découvre au moyen d'actions diverses et variées les relations entre les objets, leurs formes, leurs caractéristiques et leur positionnement dans l'espace. La rencontre avec des situations-problèmes permet une structuration progressive du monde des objets. L'élève est conduit à dégager des règles et des lois à partir de ses observations, à construire et à utiliser de nouveaux concepts et à adopter les formes de pensée mathématique que des génies ont inventées.

La communication à l'aide du langage poursuit un double objectif, celui d'une conceptualisation plus formelle des actions entreprises et de leur justification, favorisant de la sorte la construction d'une pensée scientifique, et celui de l'acquisition d'une terminologie spécifique aux mathématiques. Dans ce cas, l'élève est appelé à découvrir de nouveaux mots et de nouvelles significations à des mots familiers et de nouvelles représentations écrites (écritures numériques, graphiques, tableaux, symboles, etc.).

Ces compétences auront pour cadre d'apprentissage trois domaines du champ disciplinaire, le domaine numérique, le domaine de l'espace et le domaine de la mesure.

2. Les domaines d'études

Un des grands mérites de Piaget est, selon Boule (2001), d'avoir établi que l'intuition de l'espace, de la durée, de la causalité, du nombre entier, etc. que l'on croyait nécessaire et primitive à toute pensée, est en réalité une construction individuelle. Dans les trois domaines retenus, le cycle initial a pour mission d'élargir les expériences des élèves, de les familiariser à certaines formes de pensées et de favoriser l'émergence de nouvelles connaissances afin de garantir à l'ensemble des élèves les expériences et les connaissances utiles et nécessaires aux apprentissages ultérieurs.

Le domaine numérique

L'invention des chiffres et du système numérique constitue une clé majeure du développement des civilisations (Ifrah, 1981). Le nombre permet d'un côté de décrire la réalité et les rapports entre les objets, et de l'autre il constitue un objet d'étude en soi, qui a ses particularités et un fonctionnement propre. Ces deux aspects fascinants du nombre orientent l'enseignement dès le cycle infantin.

Chez le jeune enfant, l'acquisition et la conservation du nombre sont le fruit d'un développement logico-mathématique important. La construction du nombre n'a pas encore atteint un équilibre stable chez les élèves du cycle initial et le nombre comme mesure des quantités reste au cœur des préoccupations. Il permet une première organisation du monde des objets, en classant, en comparant, en sériant. Donner l'occasion à l'élève de compter, d'établir des correspondances terme à terme, de sérier divers objets, devient ainsi un objectif prioritaire du plan d'étude. L'enseignement tend également à élargir l'expérience des

premiers nombres, en pointant les différents usages, significations et fonctions qu'ils peuvent prendre dans l'environnement actuel. Au-delà du savoir compter et ordonner, le maniement des premiers nombres fournit également une sensibilisation aux concepts de cardinalité et d'ordinalité et aux premières règles de composition du système numérique. La résolution de situations-problèmes favorise la prise de conscience de l'utilité des nombres, de leur pouvoir de structuration et de classification qu'ils procurent sur le monde des objets et contribue au développement cognitif de l'élève.

Le domaine de la mesure

La mesure généralement exprimée à l'aide d'un nombre ou d'un rapport, établit un lien entre les grandeurs et les quantités. Ce domaine est conceptuellement très proche du domaine numérique et en ces débuts le nombre avait pour fonction première de mesurer les quantités. Cependant, en détachant le nombre de l'idée de mesure, les mathématiciens ont pu développer ce domaine immense qu'est la théorie des nombres. Objet très courtisé, sujet de nombreuses recherches et de nombreuses découvertes, ce domaine dépasse par son degré d'abstraction le domaine de la mesure et des grandeurs tels que nous le concevons dans la pédagogie actuellement. Toutefois, la mesure ne saurait être abandonnée et son étude demeure centrale.

Le jeune enfant est fortement imprégné des notions de mesure dès son plus jeune âge. Le temps, la taille, la vitesse sont autant de mesures auquel il est confronté dans son quotidien. Les perceptions qu'il développe à ce propos constitueront les premières connaissances dont il devra progressivement s'affranchir pour constituer un cadre de pensée plus large intégrant les aspects quantitatifs aux aspects qualitatifs repérés. A l'aide d'unités de mesures adéquates construites en fonction de la situation proposée (bouts de ficelle, bâtons, gabarits, etc.) l'élève enrichit son expérience et se familiarise au concept de mesure.

L'enseignement de ce domaine vise à mener l'enfant d'une perception globale à l'établissement d'un moyen fiable et généralisable pour mesurer différents objets (la longueur, la hauteur, le poids, l'aire, la distance, etc.) ou différentes caractéristiques du monde (la température, la durée, etc.) Il tend à assurer le passage du domaine des objets et de l'espace physique à celui des grandeurs pour aboutir à une première conceptualisation des mesures entre elles à l'aide d'unités. L'étude de ce domaine permet d'approcher et de repérer les grandeurs et les mesures des objets, au moyen d'unités choisies et construites selon les caractéristiques des objets. Les situations-problèmes proposées par l'enseignant entraînent et légitiment l'élève à comparer des grandeurs entre elles, à les classer et à les sérier. A cette fin, elles incitent l'élève à construire ou à choisir une unité de mesure et à compter le nombre de fois l'unité contenue dans la grandeur à mesurer.

Le domaine de l'espace

La construction de l'espace est d'abord activité du corps qui constitue "un espace vécu", "une géométrie concrète". Ainsi l'espace que nous percevons est celui qui contient des objets perceptibles par les sens. Les objets descriptifs tels le point, la droite, le carré n'appartiennent pas à cet espace (Salin et Berthelot, 1992). Le passage du domaine général qu'est l'espace tridimensionnel au domaine abstrait qu'est la géométrie nécessite un changement de cadre de pensée. Celui-ci ne pourra s'effectuer qu'en permettant à l'élève

d'élargir ses expériences singulières et de les confronter à celles des autres élèves pour parvenir à établir des notions abstraites et à des concepts. Au cycle initial, l'expérience est au fondement de la construction et de la structuration de l'espace par l'élève. L'enseignement tend ainsi à faire que durant tout le CIN, l'élève puisse vivre et accumuler des expériences géométriques touchant trois univers possibles (le micro-espace, le méso-espace et le macro-espace) pour cette construction. L'enseignement au CIN tend non pas à vouloir enseigner et hiérarchiser les concepts, mais permettre à l'élève de diversifier ses expériences dans l'espace et de les partager avec d'autres et permettre une première exploration des figures géométriques. L'expérience est ainsi au fondement même de la construction et de la structuration de l'espace par l'élève et l'enseignement, à l'aide d'objets standardisés (par exemple, une pièce de puzzle), incite l'élève à plusieurs activités de repérage dans le plan et l'espace et vise également l'exploration des figures géométriques.

3. Les objectifs prioritaires d'apprentissage et leurs composantes

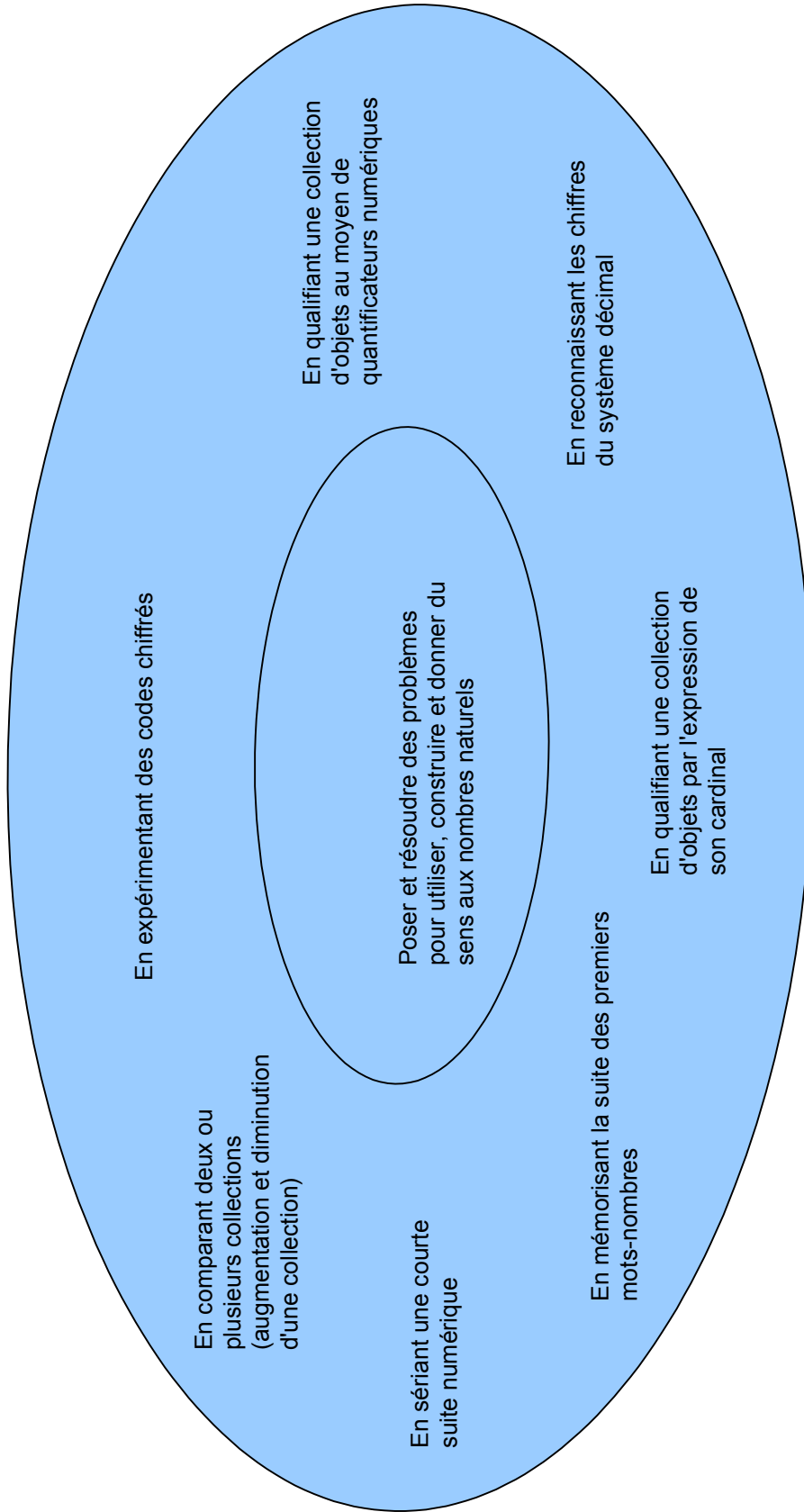
Visée prioritaire : se confronter à des situations-problèmes et les traiter afin de

- construire à travers des activités de manipulations et de réflexion les représentations mentales nécessaires à la construction du nombre et de l'espace
- développer un esprit logique et mathématique en faisant place à l'heuristique et la créativité personnelle de l'élève en phase de résolution
- décrire dans un langage approprié les phénomènes naturels et techniques.

Nous inspirant de PECARO, nous avons retenus pour chaque domaine un seul objectif prioritaire d'apprentissage. L'enseignement au cycle initial diffère cependant des objectifs de l'enseignement primaire. La diversité des aspects qui contribuent à une familiarisation et une ouverture à des expériences nouvelles nous conduits à inclure dans le plan d'étude lui-même des composantes multiples. Nous laissons aux collègues de l'enseignement primaire le soin d'approfondir de manière plus systématique certains aspects et recherchons au niveau enfantin essentiellement à élargir le champ expérientiel de l'élève.

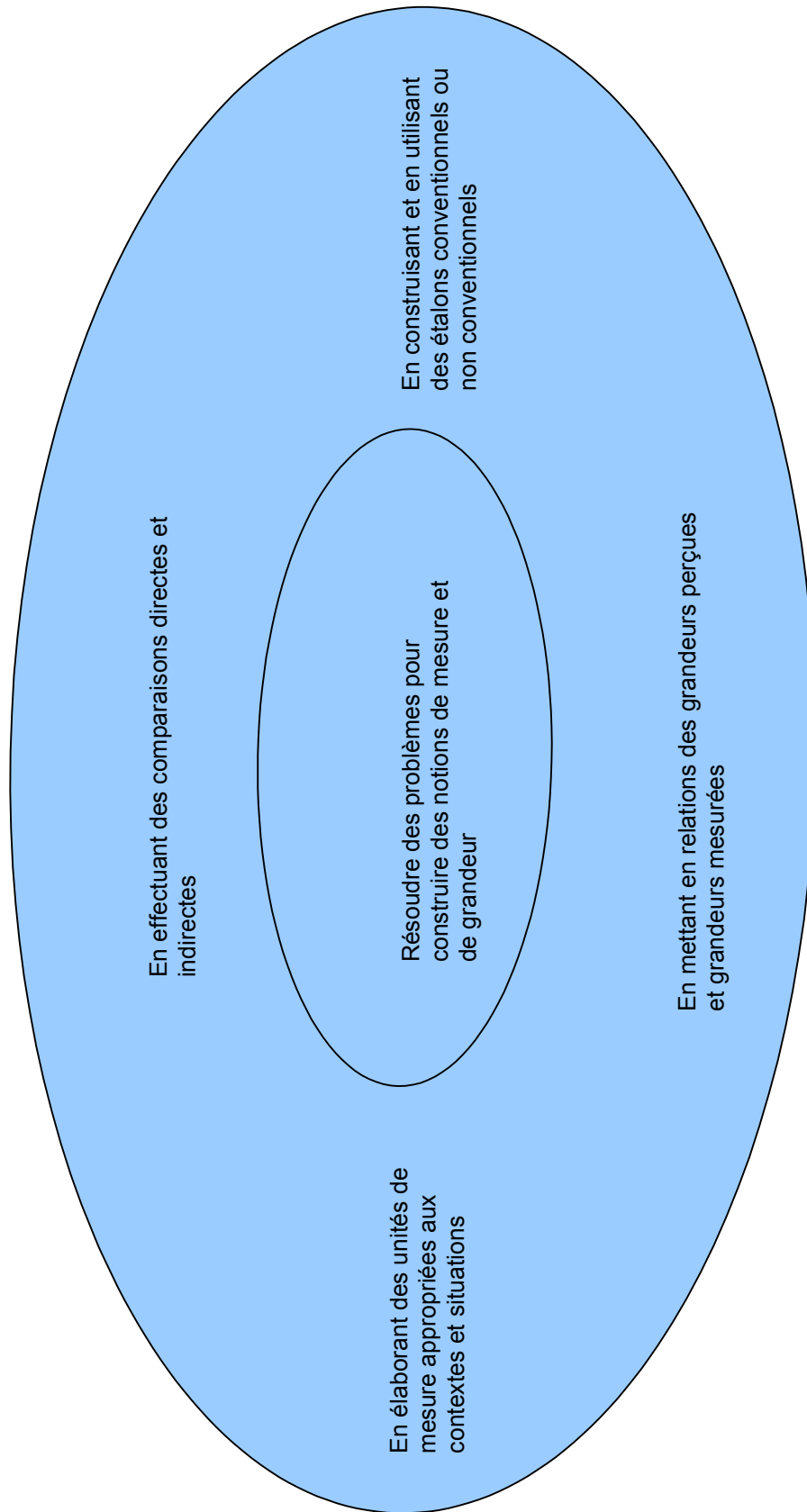
Des outils tels que la calculette et l'ordinateur doivent être utilisés par les élèves, afin qu'il puisse en explorer les possibilités et découvrir au moyen de ceux-ci les différentes caractéristiques et propriétés mathématiques que les activités mettent en exergue. Ces outils doivent être partie intégrante des moyens d'enseignement, au même titre que les jeux qui trouvent habituellement place dans la classe.

OPA : domaine numérique

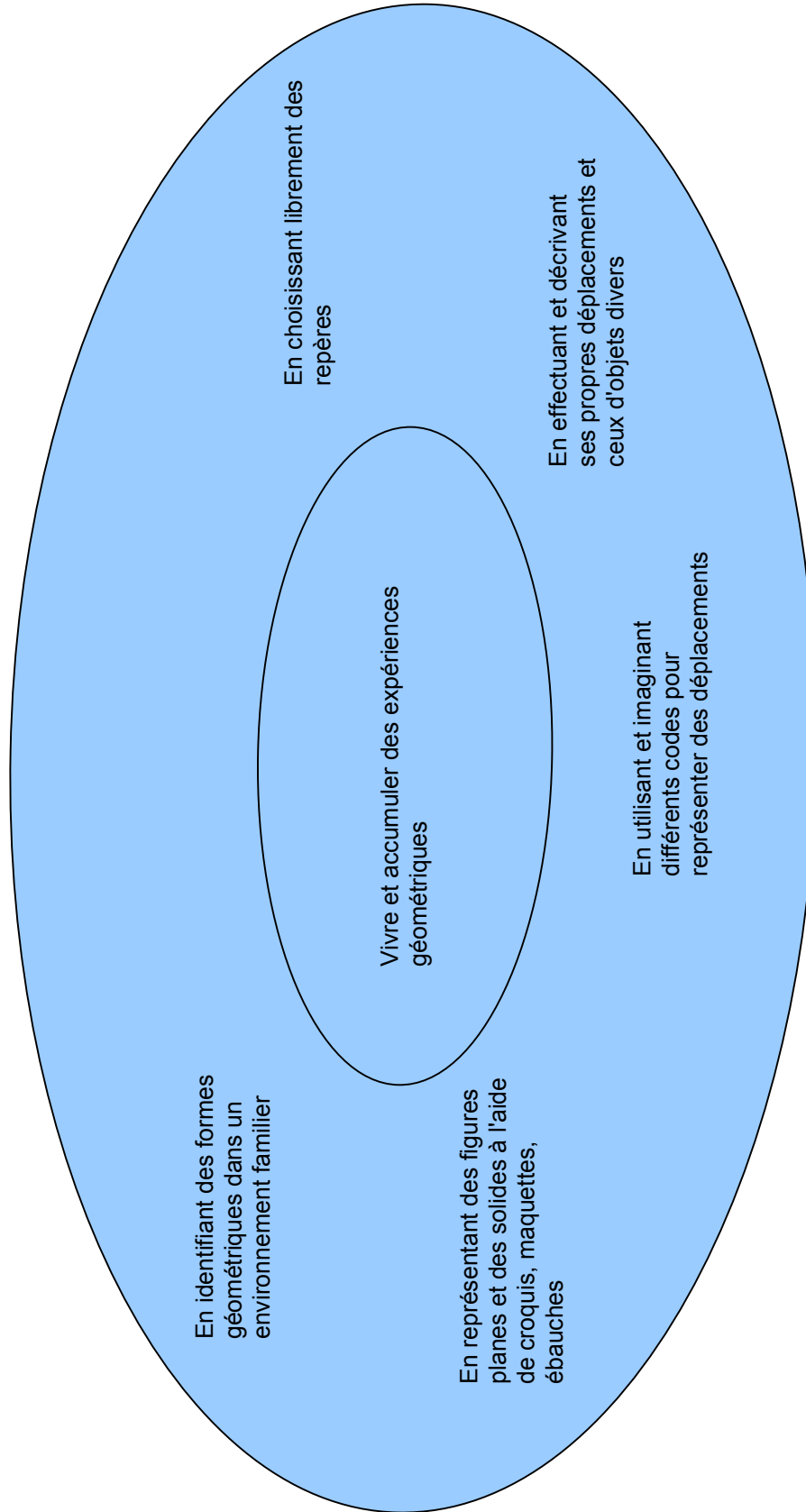


Des outils tels que la calculatrice et l'ordinateur doivent impérativement être à disposition de l'élève, afin qu'il puisse explorer les caractéristiques de l'outil et découvrir au moyen de ceux-ci les propriétés du nombre.

OPA : domaine de la mesure et des grandeurs



OPA : domaine de l'espace



4. Les balises et les pistes indicatives pour l'enseignant-e

Les balises permettent à l'enseignant de savoir où se situe l'élève dans son parcours et facilitent l'établissement d'un portfolio utile à l'élève et à sa famille, mais aussi aux enseignants. Au niveau enfantin, elles ne doivent en aucun cas être conçues comme des preuves formelles d'apprentissages achevés et certifiables. Elles attestent que chaque élève a pu se familiariser à chacune d'entre elles et aux notions qu'elles contiennent, mais ne constituent pas au terme du CIN des attentes minimales. Chaque balise constitue de fait des points de repère et l'enseignant peut évaluer en termes d'apprentissage, la distance qui sépare les savoirs et savoirs-faire de l'élève à ceux qu'une maîtrise de la balise supputerait. Nous tenons par ailleurs à rappeler que les objectifs fondamentaux se vérifient et s'évaluent en fin du cycle 1.

Le domaine numérique

Objectifs prioritaires et composantes	balises	pistes de travail indicatives pour l'enseignant-e
Oser et résoudre des problèmes pour construire et structurer les représentations des nombres naturels	<p>Reconnaître globalement des petites quantités (2, 5, 10)</p> <p>Utiliser les nombres pour décrire des collections organisées (dés, dominos, etc.) ou non</p> <p>Utiliser des expressions telles que : quelques, tous, plusieurs, aucun, peu, beaucoup, etc.</p> <p>Compter de 1 en 1</p> <p>Dénombrer une quantité en utilisant la suite des nombres et attribuer à la collection le dernier nombre énoncé</p> <p>Composer une collection à partir d'un nombre donné (oral ou écrit)</p> <p>Etablir une relation entre des nombres</p> <p>Etablir une correspondance terme à terme entre deux ensembles et entre deux sous-ensembles</p> <p>Identifier les chiffres du système numérique dans l'environnement familier</p> <p>Etudier les diverses fonctions du nombre</p>	<p>En comptant les doigts</p> <p>En jouant à des jeux de sociétés (dés, dominos, cartes...)</p> <p>Jeux de situation :</p> <ul style="list-style-type: none"> • En forêt, rapporter, quelques, plusieurs, peu... d'objets • Sur un tapis de circulation : poser tous les avions, aucune voiture • Dans la cour : ramasser tous les papiers, plusieurs balles... <p>Comptage rituel : les enfants, les biscuits à distribuer, les paires de pantoufles et les pantoufles, les crayons, les pives...</p> <p>Comptines numériques à mémoriser</p> <p>Ecrire et lire le nombre d'objets de petites collections et composer ces collections : pinceaux, crayons, pives</p> <p>Repérer les différents chiffres dans des jeux avec dés, des cartes, des cartes chiffres</p> <p>Etablir une correspondance terme à terme entre deux ensembles et entre deux sous-ensembles au moyen de collections de jetons de plusieurs couleurs, jouets en plastiques (comparer le nombre d'animaux et le nombre de fleurs), etc..</p> <p>Repérage dans l'univers familier de chiffres (annuaire, jeu de la poste, prix, dossard, cartes de crédit, journaux...)</p>

Le domaine de la mesure

Objectifs prioritaires d'apprentissage	Balises	Pistes de travail indicatives pour l'enseignant-e
Résoudre des problèmes pour comparer et sérier des grandeurs	<p>Expérimenter des grandeurs variées au moyen d'objets de natures diverses Exemple de grandeurs :</p> <ul style="list-style-type: none"> • longueur • volume • aire • température • vitesse • temps • masse • ... <p>Reporter par itération l'unité choisie le nombre de fois nécessaire à la mesure des grandeurs</p> <p>Exprimer à l'aide d'un vocabulaire approprié ou d'un codage personnel ou partagé différentes perceptions</p> <ul style="list-style-type: none"> • tactile • visuelle • auditive • proprioceptive • gustative • olfactive <p>Confronter des résultats à l'aide d'outils conventionnels ou non conventionnels</p>	<p>Expériences en classe</p> <ul style="list-style-type: none"> • Moyens d'enseignement VD (garage, ...) • Collection « Agir avec... » • Cuboro • Kapla • Plots • Train • ... <p>Expériences hors de la classe</p> <ul style="list-style-type: none"> • mesure de la circonférence d'un arbre • comparaison de hauteurs (arbres, murs, panneaux de circulation, ...) • ... <p>Situations de recherches avec contraintes</p> <ul style="list-style-type: none"> • propres au matériel • qui permettent des comparaisons didactiques • de contexte <p>Exemples d'outils :</p> <ul style="list-style-type: none"> • traces écrites • geste • sablier • toise • double mètre • balance • gabarit • thermomètres • étalons • mesurants non conventionnels

Le domaine de l'espace

Objectifs prioritaires d'apprentissage	Balises	Pistes de travail indicatives pour l'enseignant-e
<p>Vivre et accumuler des expériences géométriques</p>	<p>Se déplacer ou déplacer des objets en respectant certaines contraintes Choisir des repères personnels (conventionnels ou non) pour communiquer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Un déplacement dans un espace proche • La position d'un objet par rapport à un autre • La trajectoire d'un objet <p>Comparer des formes simples par superposition et juxtaposition (carré - rectangle – triangle)</p> <p>Repérer des formes géométriques dans un solide quelconque (carré – rectangle – triangle – cercle).</p> <p>Utiliser un vocabulaire spécifique pour décrire :</p> <ul style="list-style-type: none"> • un puzzle • une construction personnelle • un dessin • des objets familiers (CD, boîtes, ...) • des éléments naturels (coquillages, fleurs, fruits, ...) <p>Manipuler des objets pour construire de nouveaux objets</p> <p>Réaliser des constructions avec du matériel en 3D et énoncer des constats (ça tient, ça tombe, c'est la même chose que, c'est différent de...)</p>	<p>Comparaison de trajets. Recherche d'un raccourci pour optimiser un trajet, pour éviter un obstacle, ... Dessin d'un plan de situation (plantation dans un jardin, organisation d'un coin dans la classe, disposition des tables, en lien avec un projet, ...). Dessin d'itinéraire en « terrain connu » avec des repères. Lecture d'un plan en situation familière. Constructions selon un plan (legos, duplos, cuboro, ...). Recherche d'un objet caché selon des indices. Déplacement selon un itinéraire (codage et points de repères personnels). Représentation de traces</p> <ul style="list-style-type: none"> • de mouvements (eau qui coule, nuages, fumée d'une cheminée, pluie, ...) • d'empreintes (mains, pieds, animaux, formes diverses, ...) • de lieux (passage piétons, signaux de circulation, arbres, jeux dans la cour, ...) • <p>Résoudre l'énigme d'un labyrinthe. Organisation de la mise en page d'un album Rangement de matériel dans une boîte, une armoire, ... Agencement des pièces pour construire un circuit, une maquette, un puzzle, ... Assemblage des formes géométriques planes et en 3D. Devinettes (recherche de formes à l'aveugle, à travers un trou, derrière un cache, en ombre chinoise, ...) Commande de matériel pour réaliser un assemblage de solides Recouvrement d'objets avec du papier d'emballage Faire une liste d'objets et la poursuivre (suites, frises, pavages réguliers ou non, etc.) Invention de pavages réguliers ou non avec un gablon, un tampon, etc. Réalisation de pliages (ribambelles, papillon, étoiles, ...) Boîte à questions mathématiques :</p> <ul style="list-style-type: none"> - quelles formes peut-on réaliser avec des carrés ? - quelles différences entre un carré et un triangle ? <p>Coupes à travers des objets</p> <ul style="list-style-type: none"> - construits avec de la pâte à modeler : cube, boudin, ... - de récupération : briques de lait, berlingots cylindriques, pots de yaourts, ...

5. Ressources nécessaires et conseillées

Les conditions cadres sont constituées de différents aspects :

- Ressources en matériel et en jeux divers favorisant la réflexion des élèves. Ainsi les activités décrites ont pour références, les moyens vaudois pour le CIN, les jeux disponibles à la CADEV, divers logiciels sur ordinateurs, les moyens d'enseignement ERMEL. Nous en dressons ci-dessous une liste indicative, non exhaustive. Toutefois leur usage est suffisant pour parvenir à travailler l'ensemble des objectifs d'apprentissage exposés ci-dessus.
- Des outils tels que la calculette et l'ordinateur doivent être non seulement mis à disposition des élèves, mais utilisés par les élèves dans les activités de résolution de problèmes, au même titre que les jeux ou tout autre matériel. Ils font partie intégrante des moyens d'enseignement.
- Les activités proposées nécessitent des cadres variés ne relevant pas uniquement de la période de mathématique. La connaissance de l'environnement et des sciences expérimentales, le domaine du corps et du mouvement, l'enseignement de la langue scolaire participent eux-aussi à l'élaboration de nouvelles connaissances mathématiques que le plan d'études mentionne.
- Les pistes indicatives de travail doivent impérativement être complétées par les activités contenues dans divers manuels connus ou nouveaux (cf. bibliographie) des enseignants et enseignantes du CIN, par une formation adéquate et continue et par une possibilité d'intervision entre enseignantes et enseignants.

Liste bibliographique de référence pour les enseignant-e-s

Berdonneau, C. (2005). *Mathématiques actives en Section de tout-petits*. Paris : Hachette.

Boule, F. (1985). *Manipuler, organiser, résoudre*. Paris : Colin.

Cerquetti-Aberkane, F. & Berdonneau, C. (1994). *Enseigner les mathématiques à l'école maternelle*. Paris : Hachette.

ERMEL. (1978). *Apprentissages mathématiques CE*. (2 tomes). Paris : Hatier.

ERMEL. (1990). *Apprentissages numériques, cycle des apprentissages, Grande Section*. Paris : Hatier.

Marchetti, Ch. & Miles, Ch. (2001). *Activités mathématiques pour le cycle initial*. Lausanne : Département de la formation et de la jeunesse (DFJ).

Bibliographie

- ArAl Community. (non daté). *Progetto ArAl : percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero prealgebrico*. (document on-line) <http://www.aralweb.it> .
- Baruck, S. (1985). *L'âge du capitaine : de l'erreur en mathématiques*. Paris : Seuil.
- Baruck, S. (1992). *Dictionnaire de mathématiques*. Paris : Seuil.
- Berdonneau, C. (2005). *Mathématiques actives en Section de tout-petits*. Paris : Hachette.
- Berthelot, R. & Salin, M.-H. (1993/1994). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N*, 53, 39-56.
- Boule, F. (2001). *Questions sur la géométrie et son enseignement*. Paris : Nathan.
- Brousseau, G. (1996). *Théorie des situations didactiques : didactique des mathématiques 1970 – 1990*. Grenoble : La Pensée sauvage.
- Charnay, R. (1996). *Pourquoi des mathématiques à l'école*. Paris : ESF.
- Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP/SR + TI). (1997). *Plan d'études romand de mathématiques : degré 1-6*. Neuchâtel : COROME.
- Conférence suisse des directeurs cantonaux de l'instruction publique (CDIP). (1998). *Espaces de liberté - lignes directrices - point de convergences : l'enseignement des mathématiques durant la scolarité obligatoire*. Berne : CDIP (Dossier 49).
- Département de l'éducation, de la culture et du sport. (2003). *Mathématiques : notes méthodologique : école enfantine*. Sion : Département de l'éducation, de la culture et du sport du canton du Valais.
- Département Formation et Jeunesse (DFJ). (2000). *Les finalités de l'école vaudoise*. Lausanne : DFJ (document interne).
- Département de l'instruction publique (DIP). Direction de l'enseignement primaire. (2000). *Les objectifs d'apprentissage de l'école primaire genevoise : plan d'études genevois*. Genève : DIP.
- Département de l'instruction publique (DIP). Direction de l'enseignement primaire. (2005). *Ecole primaire, école première*. Genève : DIP (document on-line) ftp://ftp.geneve.ch/dip/prem-prim_05.pdf .
- Dipartimento dell'istruzione e della cultura. (2000, 3^e éd.). *Programmi per la scuola elementare : approvati il 22 maggio 1984 dal consiglio di stato*. Bellinzona : Dipartimento dell'istruzione e della cultura, Divisione della scuola, Ufficio dell'insegnamento primario.
- ERMEL. (1978). *Apprentissages mathématiques CE*. (2 tomes). Paris : Hatier.
- ERMEL. (1982). *Apprentissages mathématiques CM*. (3 tomes). Paris : Hatier.
- ERMEL. (1990). *Apprentissages numériques, cycle des apprentissages, Grande section*. Paris : Hatier.
- Hutin, R. (1992). Bribes d'histoire et perspectives d'avenir. *Math-Ecole*, 151, 9-15.
- Ifrah, G. (1981). *Histoire universelle des chiffres*. Paris : Seghers.
- Ministère de l'éducation. Direction des services pédagogiques. (2003). *Programmes d'études : mathématiques – maternelle*. Nouveau Brunswick (document on-line) <http://www.gnb.ca/0000/publications/servped/Mathematiquesmaternelle.pdf>.

Ministère Jeunesse et Education et recherche. (non daté). Vers les mathématiques : quel travail en maternelle? In Direction de l'enseignement scolaire. Bureau du contenu des enseignements, *Les nouveaux programmes de l'école primaire : mathématiques : documents d'accompagnement* (document on-line) <http://www.eduscol.education.fr> .

Nimier, J. (1976). *Mathématique et affectivité*. Paris : Stock.

Nimier, J. (2006). "*Camille a la Haine et ...Léo adore les maths*" : *l'imaginaire dans l'enseignement*. Paris : Aléas.

O'Connor, J.J. & Robertson, E.F. (1997). *Andrew John Wiles*. Scotland : University of St.-Andrews, School of mathematics and statistics (document on-line) <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Biographies/Wiles.html>

Piaget, J. (1975). *L'équilibration des structures cognitives : problème central du développement*. Paris : PUF.

Rouche, N. (1992). *Le sens de la mesure : des grandeurs aux nombres rationnels*. Paris : Hatier.

Rouche, N. (1995). *L'enseignement des mathématiques d'hier à demain*. Nivelles : Centre de recherche sur l'enseignement des mathématiques (CREM).

Salin, M.-H. & Berthelot, R. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Bordeaux : Université (Thèse de doctorat).

Schleicher, A. (éd.). (1999). *Mesurer les connaissances et compétences des élèves : un nouveau cadre d'évaluation : programme international de l'OCDE pour le suivi des acquis des élèves (PISA)*. Paris : OCDE.

Vergnaud, G. (1994). *Apprentissages et didactique, où en est-on ?* Paris : Hachette.

Vergnaud, G. (1999). Un point de vue de psychologue. In G. Glaeser, *Une introduction à la didactique expérimentale des mathématiques*. Grenoble : La Pensée sauvage.