01.9
NOVEMBRE 2001

« Croisements » et « Bar du parc »

Création et utilisation en classe de deux problèmes de mathématiques

Michèle Vernex

« Croisements » et « Bar du parc »

Création et utilisation en classe de deux problèmes de mathématiques

Michèle Vernex
Travail de stage effectué à l'IRDP sous la direction de François Jaquet

IRDP
Faubourg de l'Hôpital 43
Case postale 54
CH-2007 Neuchâtel 7

Tél. (41) (0) 32 889 86 14
Fax (41) (0) 32 889 69 71

E-mail: christiane.antoniazza@irdp.unine.ch
http://www.irdp.ch

Fiche bibliographique :

VERNEX, Michèle. – "Croisements" et "Bar du parc" : création et utilisation en classe de deux problèmes de mathématiques / Michèle Vernex. - Neuchâtel : Institut de recherche et de documentation pédagogique (IRDP), 2001. - 39 p. ; 30 cm. - (01.9)
CHF 5.40

Mots-clés: *Activités mathématiques, Arithmétique, Géométrie, Activité d'apprentissage en classe, Séquence didactique, Enseignement primaire*

Remerciements

A Monsieur François Jaquet
qui a suivi mon travail et m'a donné de nombreuses suggestions.
Aux membres de l'équipe de rédaction des problèmes du RMT
pour leurs remarques pertinentes sur la consigne
A Martine Simonet
pour son aide lors de l'analyse a priori, de l'attribution des points et de la correction des épreuves du RMT

Photo de couverture : Maurice Bettex – IRDP

SOMMAIRE

Résumé

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'un stage effectué à l'IRDP en vue d'obtenir un DES à la FAPSE de l'Université de Genève. Il consistait à participer à toutes les phases d'élaboration de problèmes d'arithmétique et de géométrie, puis à proposer une séquence didactique sur leur exploitation en classe. Deux problèmes ont été retenus dans l'étude présentée ici, destinés à des élèves de 3P à 5P, participant au 9^{e} Rallye mathématique transalpin.

Dans la première partie, sont exposées les différentes étapes de la création du problème « Croisements », les difficultés rencontrées dans l'élaboration de la consigne avant d'arriver à lever toutes les ambiguïtés, puis l'analyse a priori et finalement les résultats obtenus. Quelques commentaires sur l'intérêt du problème terminent ce chapitre.

La deuxième partie présente le problème « Bar du parc », avec l'analyse a priori et les résultats obtenus par les classes du Rallye. Une utilisation en classe avec son application est ensuite proposée.

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit wurde im Rahmen eines Praktikums am IRDP erstellt, dies im Zusammenhang mit der Erlangung eines *Diplôme d'études spécialisées* (DES) an der Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation (FAPSE) der Universität Genf. Es ging dabei darum, an allen Etappen der Ausarbeitung von Aufgabenstellungen aus der Arithmetik und Geometrie teilzunehmen und im Anschluss daran eine didaktische Sequenz für deren Benutzung im Unterricht vorzuschlagen. Zwei Fragestellungen wurden im Rahmen dieser Studie ausgewählt, die für Schüler der 3. bis 5. Klasse bestimmt sind, welche am 9. "transalpinen Mathematik-Rallye" teilnehmen.

Im ersten Teil werden die verschiedenen Etappen der Erstellung der Aufgabe "Kreuzungen" dargestellt, ferner wird auf die bei der Ausarbeitung der Aufgaben angetroffenen Schwierigkeiten eingegangen, die es zu überwinden gilt, bevor man alle Mehrdeutigkeiten aufzuheben vermag, schliesslich kommen a priori Analyse und die erzielten Ergebnisse zur Sprache. Einige Bemerkungen zur Relevanz dieser Fragestellung beschliessen dieses Kapitel.

Der zweite Teil stellt die Aufgabe "Restaurant im Park" vor, mit der a priori Analyse und den Ergebnissen, welche die Klassen, die am Rallye teilgenommen haben, erzielten. Abschliessend wird auf die Einsatzmöglichkeiten im Unterricht eingegangen.

Riassunto

Questo lavoro è stato realizzato nel corso di uno stage all'IRDP in vista di ottenere un DES alla FAPSE dell'università di Ginevra. Il programma prevedeva di collaborare all'elaborazione di problemi di aritmetica e di geometria e proporre una sequenza didattica per il loro utilizzo in classe. Nel rapporto qui presentato sono stati ritenuti due problemi, destinati ad allievi dalla terza alla quinta elementare che hanno partecipato al nono "Rallye transalpino di matematica".

Nella prima parte sono esposte le differenti fasi di creazione del problema "Incroci", le difficoltà riscontrate nella preparazione della consegna per evitare possibili ambiguità, l'analisi a priori ed infine i risultati ottenuti. Questo capitolo termina con alcuni commenti sull'importanza di proporre un problema di questo tipo.

La seconda parte presenta il problema "Bar del parco" con l'analisi a priori e i risultati ottenuti dalle classi del Rallye. In seguito viene proposta una sua applicazione in classe.

INTRODUCTION

En vue d'obtenir un DES à la FAPSE de l'Université de Genève, j'ai effectué un stage à l'IRDP, sous la responsabilité de François Jaquet. A cette occasion, j'ai travaillé sur une partie d'une recherche consacrée aux problèmes proposés par le « Rallye Mathématique Transalpin » (RMT), un concours de mathématiques dans lequel la résolution de problèmes est entièrement dévolue au groupe-classe, en l'absence de l'enseignant ; plus particulièrement sur la résolution de problèmes en mathématique et sur le passage d'une situation a – didactique à une situation didactique en relation avec le RMT.

La première édition du concours a vu le jour en Suisse romande en 1993. Il était proposé aux classes de 3e à 5e primaire. Ensuite il s'est étendu au Tessin, à plusieurs régions d'Italie, au Département de l'Ain (F), au Luxembourg, à Prague, en Israël et concerne maintenant les classes de la 3e à la 8e année la scolarité.
Les problèmes sont élaborés en coopération internationale et font l'objet d'analyses a priori développées dans le domaine des procédures et des représentations des élèves. Les résultats sont examinés régionalement, selon des critères définis précédemment. Les différentes stratégies de résolution sont relevées et comparées, d'une région à l'autre. Des analyses plus détaillées sont conduites par les centres responsables de la recherche (IRDP, Universités de Parma et de Siena, IUFM de Bourg-en-Bresse) et font l'objet de journées d'études internationales entre les chercheurs et les animateurs concernés. Les résultats obtenus font apparaître les obstacles caractéristiques de l'apprentissage des mathématiques, l'importance des interactions dans le travail de groupe, les effets des pratiques scolaires et des cultures des différents pays concernés.
Les maîtres des classes participantes peuvent s'engager dans les équipes pour l'élaboration des épreuves et l'évaluation des copies. Ils reçoivent des résultats détaillés leur permettant d'exploiter les problèmes pour leurs pratiques didactiques.

Ma tâche était de participer à la rédaction des problèmes pour le 9e RMT et de proposer une séquence didactique sur leurs exploitations en classe. Après discussion avec Monsieur François Jaquet, nous[1] nous sommes mis d'accord sur les domaines de connaissances abordés : il fallait qu'ils appartiennent à l'arithmétique et à la géométrie et qu'ils soient destinés principalement à des élèves de 4e primaire, mais pouvant également être présentés à des élèves de 3e et 5e primaire.

Ici je me propose de traiter deux problèmes – CROISEMENTS et BAR DU PARC - que nous avons créés pour la deuxième épreuve du 9e RMT.
Dans une première partie, j'exposerai l'historique de la création du problème CROISEMENTS. Je présenterai, tout d'abord, le problème tel qu'il a été proposé dans le rallye avec son analyse a priori. Puis j'exposerai l'historique de la création de ce problème en évoquant les questions que nous nous sommes posées. Ensuite je ferai un rapide survol des résultats obtenus lors du rallye et sur cette base une conclusion portera sur l'intérêt d'un tel problème.
Dans une seconde partie, je présenterai le problème BAR DU PARC avec son analyse a priori et les résultats obtenus au rallye. Puis, je proposerai une utilisation en classe avec son application.

Pour ce qui est de l'utilisation en classe des problèmes du rallye, on peut également se référer à l'article « Analyse et utilisation en classe du problème « Décoration » du 9e RMT » paru dans Math Ecole no 198 (Vernex, 2001).

[1] Dans le texte, NOUS représente Monsieur François Jaquet et moi-même, alors que JE n'engage que l'auteur.

Première partie :

UN EXEMPLE D'ANALYSE A PRIORI À TRAVERS LA CRÉATION DU PROBLÈME « CROISEMENTS »

1 PRÉSENTATION DU PROBLÈME

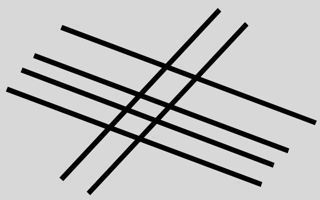
1.1 LE PROBLÈME

Voici le problème tel qu’il a été proposé aux élèves de 4e et 5e année lors du RMT.

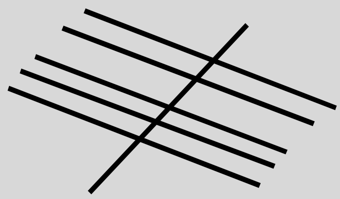
CROISEMENTS

David a 10 baguettes. Il place quelques baguettes dans une direction, puis il en place d’autres, par-dessus, dans une autre direction. Finalement, il compte les croisements obtenus.
(Chaque baguette de dessus doit croiser toutes celles de dessous, comme sur les figures suivantes).
Il n'est pas nécessaire d'utiliser toutes les 10 baguettes.
Voici ses trois premiers essais et les nombres de croisements obtenus :

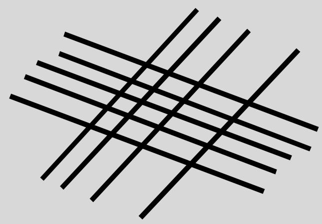
8 croisements



5 croisements



20 croisements



Cherchez tous les autres nombres de croisements que David peut obtenir.
Expliquez comment vous les avez trouvés.

1.2 L'ANALYSE A PRIORI

1.2.1 Domaine de connaissances

Les domaines de connaissance de ce problème sont la multiplication, pour l’arithmétique, et l’organisation d’un dénombrement, pour le domaine plus général de la logique et du raisonnement.

1.2.2 Analyse de la tâche

Pour résoudre ce problème l’élève doit disposer ses baguettes selon deux directions et déterminer ensuite le nombre de croisements. Soit il les dénombre un à un, soit il se rend compte qu’il peut utiliser la multiplication (procédure qui n’est pas donnée dans la consigne).
Lorsqu’il pense avoir trouvé tous les nombres de croisements, il doit vérifier son résultat en les ordonnant, soit du plus petit au plus grand, soit inversement de plus grand au plus petit. Ensuite il doit encore expliquer pourquoi il ne peut pas obtenir les nombres manquants. Ce qui peut aboutir à l’inventaire suivant :

1 = 1 x 1
2 = 2 x 1 = 1 x 2
3 = 3 x 1= 1 x 3
4 = 4 x 1 = 2 x 2 = 1 x 4
5 = 5 x 1 = 1 x 5
6 = 6 x 1 = 3 x 2 = 2 x 3 = 1 x 6
7 = 7 x 1 = 1 x 7
8 = 8 x 1 = 4 x 2 = 2 x 4 = 1 x 8

9 = 9 x 1 = 3 x 3 = 1 x 9
10 = 10 x 1*[2] = 5 x 2 = 2 x 5 = 1 x 10*
11* = 11 x 1* = 1 x 11*
12 = 12 x 1* = 6 x 2 = 4 x 3 = 3 x 4 = 2 x 6 = 1 x 12*
13* = 13 x 1* = 1 x 13*
14 = 14 x 1* = 7 x 2 = 2 x 7 = 1 x 14*
15 = 15 x 1* = 5 x 3 = 3 x 5 = 1 x 15*
16 = 16 x 1* = 8 x 2 = 4 x 4 = 2 x 8 = 1 x 16*
17* = 17 x 1* = 1 x 17*
18 = 18 x 1* = 9 x 2* = 6 x 3 = 3 x 6 = 2 x 9* = 1 x 18*
19* = 19 x 1* = 1 x 19*
20 = 20 x 1* = 10 x 2* = 5 x 4 = 4 x 5 = 2 x 10* = 1 x 20*
21 = 21 x 1* = 7 x 3 = 3 x 7 = 1 x 21*
22* = 22 x 1* = 11 x 2* = 2 x 11* = 1 x 22*
23* = 23 x 1* = 1 x 23*
24 = 24 x 1* = 12 x 2* = 8 x 3* = 6 x 4 = 4 x 6 = 3 x 8* = 2 x 12* = 1 x 24*
25 = 25 x 1* = 5 x 5 = 1 x 25*

On obtient donc 19 solutions différentes, soit les nombres de croisements 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 24, et 25.

De la même manière on peut répertorier les résultats par nombre de baguettes :
1 : 0
2 : 1 x 1 = 1
3 : 1 x 2 = 2 x 1 = 2
4 : 1 x 3 = 3 x 1 = 3 et 2 x 2 = 4
etc.

1.2.3 Procédures attendues

Lors de l’analyse a priori, nous avons envisagé trois types de procédures. Les élèves pouvaient :

- procéder par essais successifs (manipulations ou dessins) non organisés et découvrir les nombres possibles, par dénombrement ;
- procéder par manipulations organisées, en utilisant par exemple 2, puis 3, puis 4, … jusqu’à 10 baguettes en respectant, pour chaque cas, un ordre donné (par exemple, pour 9 baguettes : 8 x 1, 7 x 2, 6 x 3, 5 x 4, en constatant alors que 4 x 5 et les produits suivants sont déjà pris en compte) puis dresser un inventaire de tous les nombres obtenus (en retirant les nombres répétés) : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 24, 25 (il manque 11, 13, 17, 19, 22, 23) ;
- travailler sans manipulations, sur des écritures multiplicatives.

1.2.4 Attribution des points

4 points	Les 19 nombres possibles ont été trouvés et ordonnés de manière à montrer l'exhaustivité - avec des dessins ou des produits.
3 points	Tous les nombres possibles ont été trouvés, mais il n’y a pas d’explications, soit ils ne sont pas ordonnés, soit il y a quelques répétitions.
2 points	Il y a un ou deux oublis au sein d’une catégorie ou une catégorie a été oubliée.
1 point	Il y a un début de recherche, mais qui n’est pas organisée ou qui ne tient compte que d’une catégorie (par exemple, utilisation seulement des 10 baguettes), ou les nombres obtenus ne respectent pas le « par-dessus toutes les premières » de la consigne.
0 point	Incompréhension du problème.

Mais comment en est-on arrivé là ? C’est à la suite d’une longue analyse a priori que je vais présenter ci-dessous.

[2] Impossible parce qu’il n’y a que 10 baguettes

2 HISTORIQUE DE LA CRÉATION DU PROBLÈME

2.1 PREMIÈRE ANALYSE A PRIORI

Mon premier travail a été de résoudre quelques problèmes proposés dans les anciens rallyes. Je me suis alors rendu compte que les problèmes proposés étaient des problèmes ouverts au sens de Arsac, Germain, Mante (1991, p. 5), c'est-à-dire des problèmes « *… d'énoncé court et compréhensible, ne contenant ni la méthode, ni la solution, permettant à chacun qui le cherche de faire des essais* ».

Ensuite, je me suis mise à écrire quelques consignes en gardant en tête cette définition.

2.1.1 Choix du domaine

Pour créer ce problème j'ai cherché dans les moyens d'enseignements de 3^{e} et 4^{e} primaire de Suisse romande si je pouvais trouver une situation correspondant aux objectifs de dénombrement et d'organisation de données. J'ai trouvé le problème « A vos baguettes » (Danalet, Dumas, Studer, Villars-Kneubühler, 1998, p. 83).

Copie de la page 83 du livre de l'élève 3 P

Ce problème était intéressant de par sa présentation dans le livre du maître :

> *« …« **A vos baguettes** » couvre l'ensemble des objectifs de ce champ du module : apprendre à calculer.*
> *On observe ici les effets de la modification d'un facteur sur le produit. Lorsqu'on augmente de 1 l'un des facteurs, le produit augmente de l'autre facteur. Cette constatation est une illustration de la distributivité de la multiplication sur l'addition. Ainsi, pour passer du résultat connu (6 x 7 = 42) au résultat de 6 x 8, on peut opérer de la façon suivante :*
> *6 x 8 = 6 x (7 + 1) = (6 x 7) + (6 x 1) = 42 + 6 = 48*
> *Une autre propriété apparaît dans ce jeu : tout produit d'un nombre par 0 est 0.*
> *A ce travail sur les produits s'ajoute une recherche de stratégie, pour laquelle la table de multiplication peut servir de support, par exemple : ajouter ou retirer une baguette revient à se déplacer d'une case, horizontalement ou verticalement, ou encore : les produits accessibles déterminés par le nombre de baguettes à disposition se situent dans une zone bien précise de la table. »*
> (Danalet, Dumas, Studer, Villars-Kneubühler, 1998, p. 158)

Or, comme nous l'avons vu, beaucoup de problèmes du RMT sont construits sur le modèle des problèmes ouverts. Ce problème ne pouvait donc pas être pris tel quel, puisque c'est un jeu. Il fallait le transformer en problème de rallye. J'ai donc effectué une recherche approfondie des solutions possibles.

Après cette recherche, il m'est apparu que l'on pouvait demander aux élèves soit de trouver tous les croisements possibles avec un nombre donné de baguettes, soit d'effectuer une recherche sur le nombre de parallélogrammes que l'on pouvait voir sur le réseau.

La première ébauche d'énoncé sur ce problème était celle-ci :

CROISEMENT Combien de nombres différents peut-on faire avec X baguettes ? (ex. avec 7 on en fait 10 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 et 12)

Un autre problème concernait le nombre de parallélogrammes que l'on obtenait en croisant les baguettes. Soit :

> CARRES
> Il faut X baguettes pour faire Y « carrés » (ex. 4 baguettes = 1, 5 baguettes = 2, etc..).
> Combien de nombres de carrés peut-on faire avec Z baguettes ?

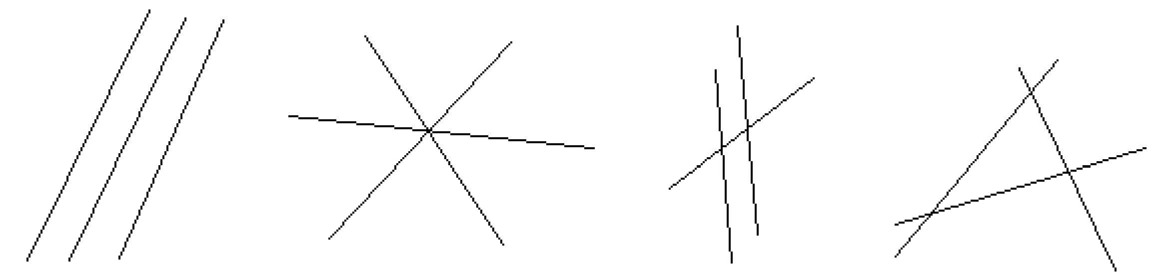
J'ai rapidement abandonné cette dernière possibilité qui me semblait trop difficile et peu claire pour des élèves de 3e ou de 4e primaire. J'ai donc travaillé sur les croisements.

Dans un premier temps, j'ai décidé de prendre 11 baguettes, car on obtenait tous les nombres de 1 à 25 sauf les nombres premiers 11, 13, 17, 19, 23 et un nombre pair : 2 x 11 = 22.

2.1.2 Travail de la consigne

Si le domaine mathématique a été rapidement défini – avec l'arithmétique (multiplications) et le classement (inventaire de produits) - la consigne finale a été plus difficile à écrire. En effet, il fallait garder en mémoire que le problème serait proposé dans le cadre du RMT et qu'une des règles est que les élèves ne peuvent avoir aucune aide de la part de l'adulte surveillant. Il fallait donc être le plus clair possible dans l'énoncé de la consigne.

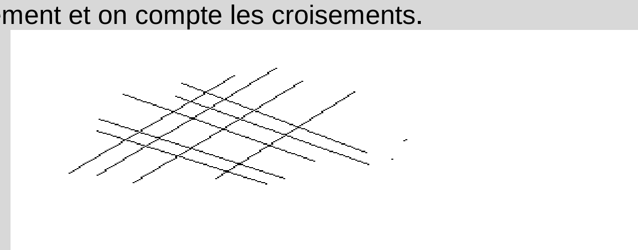
La première difficulté à laquelle je me suis heurtée, a été d'empêcher que les élèves comprennent qu'ils devaient chercher toutes les dispositions possibles. Par exemple avec 3 baguettes, on peut obtenir 0, 1, 2 ou 3 croisements :



0 croisement 1 croisement 2 croisements 3 croisements

Il fallait donc expliquer le problème. Nous avons alors décidé d'ajouter un exemple.

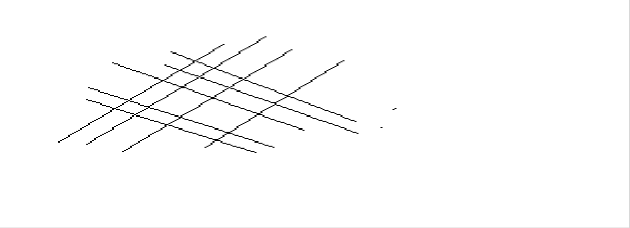
La consigne est devenue :

> On a un jeu de 11 baguettes. On en place certaines verticalement, d'autres horizontalement et on compte les croisements.
>
> 
>
> Dans cet exemple on a utilisé 4 baguettes dans un sens et 5 dans l'autre. On a obtenu 20 croisements.
> **On n'arrivera jamais à obtenir 17.**
> **Quels sont les nombres qu'on peut obtenir ?**

J'ai à nouveau été confrontée au problème de la non-intervention de l'adulte. Les élèves de 3e et 4e année ont de la peine à savoir ce que veut dire « horizontalement » et « verticalement », bien que ce soit le texte proposé dans le livre de l'élève. Horizontalement a alors été remplacé par « dans une direction » et verticalement par « dans l'autre direction ».

De plus, il fallait rendre le problème plus attractif et moins « problème de math ». Le problème a été personnalisé avec les prénoms de deux enfants. La consigne est devenue :

David a reçu un jeu de 11 baguettes. Il en place certaines dans une direction, d'autres dans une autre direction de manière à ce qu'elles se croisent. Ensuite il compte les croisements.

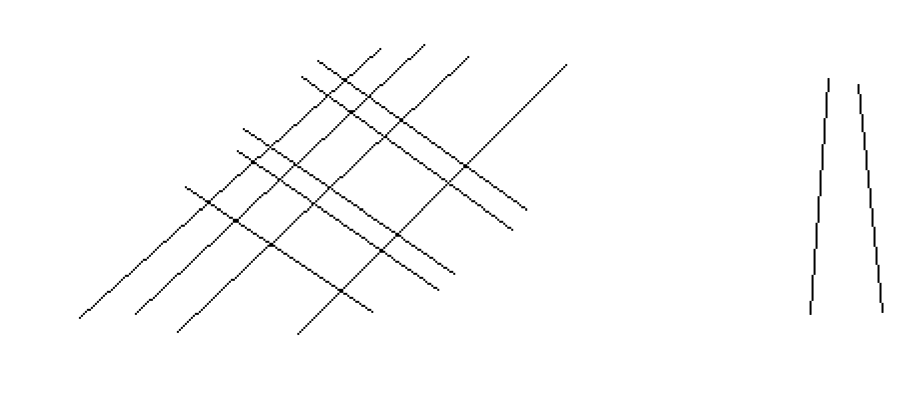


Dans cet exemple, David a utilisé 4 baguettes dans un sens et 5 dans l'autre. Il a obtenu 20 croisements.
Son ami Christophe lui dit qu'il n'arrivera jamais à obtenir le nombre 17.
Aide-le à trouver les nombres qu'il pourra obtenir.

Ensuite, une réflexion a porté sur le dessin. Fallait-il dessiner des baguettes orthogonales ou non ? Des croisements non orthogonaux ont été adoptés.

Puis, il a été décidé d'ajouter sur le dessin les deux baguettes (non utilisées pour montrer qu'il n'était pas forcément nécessaire de les utiliser toutes à chaque fois. La consigne est devenue la suivante :

CROISEMENTS
David a reçu un jeu de 11 baguettes. Il doit les placer dans deux directions différentes de manière à ce qu'elles se croisent. Ensuite, il compte les croisements.
Exemple :



Dans cet exemple David a utilisé 4 baguettes dans une direction et 5 dans l'autre. Il en a laissé 2 de côté. Il a obtenu 20 croisements.
Son ami Christophe lui dit qu'il n'arrivera jamais à obtenir 17 croisements.
Aidez David à trouver tous les nombres qu'il pourra obtenir.
Montrez comment vous avez trouvé.

A ce stade de la réflexion, nous obtenions l'analyse a priori suivante :
Le domaine de connaissance appartient à l'arithmétique (multiplication) et à la logique (dénombrement organisé).
On obtient tous les nombres de 1 à 25 sauf 11 - 13 - 17 - 19 - 22 - 23.
Les procédures attendues sont les suivantes :
- Dessin et dénombrement des croisements
- Additions successives
- Suite de nombres
- Multiplications

Le problème semblait remplir toutes les conditions nécessaires pour être proposé et c'est cette version que j'ai testée avec les élèves d'une classe de 3e primaire de Suisse romande.

2.2 TEST AVEC LES ÉLÈVES D'UNE CLASSE DE 3E PRIMAIRE DE SUISSE ROMANDE

2.2.1 Analyse a priori du test en classe

Pour effectuer le test, j'avais prévu deux séances de 50 minutes.

Pendant la première période, les élèves devaient résoudre le problème en groupe de trois enfants. Nous avions pensé que l'expérimentatrice – en l'occurrence moi-même - devait établir un contrat explicite avec les élèves. Je devais se présenter comme enseignante - chercheur effectuant une recherche dans le cadre de l'université et intéressée à la manière dont les élèves résolvent des problèmes mathématiques. Les élèves devaient savoir qu'il n'y aurait pas d'évaluation notée, mais que leurs solutions seraient discutées lors d'une séance ultérieure. De plus, les consignes devaient être les mêmes que celles proposées dans le RMT, à savoir que les élèves avaient 50 minutes pour résoudre un problème, qu'ils devaient donner une réponse avec des explications très claires sur la feuille comportant la donnée. Ils devaient également rendre toutes les feuilles de brouillon utilisées pendant la recherche afin d'améliorer encore l'analyse a priori du problème ou de contribuer à la modification de l'énoncé. Ils devaient également être conscients qu'ils n'auraient pas la possibilité de poser des questions aux personnes présentes dans la classe, à savoir la titulaire et moi-même, et qu'ils devaient, par conséquent, travailler seuls pendant les 50 premières minutes[3].

Pendant la deuxième période de 50 minutes, j'avais prévu comme relance, une mise en commun des résultats obtenus par les différents groupes lors de la première séance, suivie d'un débat pour que les élèves se mettent d'accord sur un moyen d'organiser leur recherche afin de trouver toutes les solutions.

2.2.2 Séances en classe

a. Première séance

Lors de cette première séance, je me suis présentée comme prévu et j'ai distribué les feuilles[4]. Après une dizaine de minutes, la majorité des groupes ont dit qu'ils ne comprenaient rien.
Un groupe m'a demandé s'il était possible que les baguettes ne se croisent pas totalement.
Devant la désorientation totale des élèves, j'ai demandé aux élèves de noter ce qu'ils avaient essayé de faire et j'ai décidé de retranscrire les explications des groupes qui ne pouvaient pas expliquer seuls leurs résultats, ceci afin de pouvoir effectuer une analyse avant de reprendre le problème avec les élèves.

Voici les résultats obtenus :

[3] Le texte prévu est reproduit en annexe 1
[4] le texte dit est reproduit en annexe 2

NOM DU GROUPE	RÉPONSE	DICTÉE A L'ADULTE	REMARQUES
3.1	aucune	*On n'arrive pas à faire 17*	Les élèves cherchent à obtenir le nombre 17
3.2	On a calculé 11 + 20 et notre résultat a été 31		Addition du nombre de baguettes et de croisements
3.3	Il a dû prendre 31 baguettes Comment on a fait : on a dû prendre la calculette		Les élèves ont probablement dénombré les « carrés » et les « trous » comme le groupe 3.5
3.4	aucune	*On n'arrive pas à faire 17 croisements.* *On a réussi 16 et 12*	Les élèves cherchent à obtenir le nombre 17
3.5	David a 22 possibilités	*0 + 1 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 29* *On a fait le tour*	Les élèves ont dénombré les « carrés » et les « trous »
3.6	aucune	*On a pris :* *11 jetons rouges = baguettes* *2 bruns = baguettes de côté* *jaunes = croisements* *17 bleus* *et on est bloqué* *en fait, il faudrait compter les jaunes, mettre les baguettes et mettre ensemble pour les croisements on n'a plus qu'à compter ensemble et a trouvé 4 + 5 = 9*	Incompréhension
3.7	aucune	*On n'a rien compris*	
3.8	aucune	*On n'a rien compris*	

Sur 8 groupes,
2 groupes (3.2 et 3.3) ont donné 31 comme réponse au problème posé. Ils ont additionné le nombre de baguettes et le nombre de croisements. Un autre groupe (3.5) a utilisé la même procédure mais a obtenu 29.
2 groupes (3.1 et 3.4) ont cherché à obtenir 17.
2 groupes (3.7 et 3.8) disent ne rien avoir compris.
1 groupe (3.6) semble ne pas avoir compris le problème.

En fait aucun groupe n'a réussi à entrer dans le problème proposé !

b. Modification du déroulement prévu pour la deuxième séance

Aux vu des résultats obtenus, j'ai décidé de changer ce que j'avais prévu pour la deuxième séance. En effet, il était complètement inutile de demander aux élèves d'échanger leurs résultats puisqu'ils n'étaient tout simplement pas entrés dans le problème.

Tout d'abord, comme je suppose que les élèves ont été face à une rupture de contrat didactique – voir chapitre 2.4.1 -, j'ai décidé de clarifier le contrat : les élèves devaient comprendre que le problème avait été créé spécialement pour des élèves de 3^{e} primaire. C'est pourquoi j'ai prévu de spécifier avant toute remise au travail des élèves, une explication de ce contrat : je devais insister sur le fait que le problème était prévu pour des élèves de leur niveau. Ensuite, je souhaitais que les élèves reformulent le problème avec leurs propres mots avant qu'ils ne se remettent au travail.

c. Deuxième séance

La retranscription du protocole de la deuxième séance[5] permet de clarifier les différentes phases de la séquence didactique effectuée :
Tout d'abord j'ai introduit la seconde séance en redéfinissant le contrat (lignes 1 à 10). Ensuite les élèves ont rappelé la consigne et il y a eu une discussion sur le dessin (lignes 11 à 26) puis sur ce qu'est un croisement (lignes 27 à 49). J'ai proposé une synthèse du début du problème (lignes 50 à 52). Ensuite une discussion sur le nombre de baguettes totales à disposition (lignes 53 à 73) a eu lieu, suivie d'une discussion sur l'impossibilité de faire 17 (lignes 74 à 88). J'ai induit qu'il fallait chercher les croisements qu'on ne pouvait pas faire et j'ai fini par dire qu'il fallait chercher tous les croisements possibles (lignes 89 à 117).
Les élèves se sont mis au travail (lignes 118 à 119). Quelque temps après un groupe a annoncé son premier résultat, soit 30 croisements (lignes 120 à 125). Je l'ai noté au tableau et les élèves ont poursuivi leur travail dans les groupes (lignes 126).
Après environ 40 minutes de travail, j'ai proposé une synthèse en répertoriant toutes les solutions trouvées (ligne 127 à 175). J'ai conclu la séance en posant la question « que reste-t-il à faire ? » (lignes 176 à 189)J'ai terminé par un « Ca va, ça va pas » des élèves (lignes 190 à 195).

Malheureusement l'enseignante de 3^{e} primaire n'a pas pu dégager une date pour terminer l'activité. Cette dernière séance aurait dû contenir un enseignement sur une façon de prouver que tous les résultats avaient été obtenus et qu'il n'en manquait pas d'autres[6].

2.3 ANALYSE DU TEST EN CLASSE

Lors de la première séance, aucun groupe n'est entré dans le problème proposé, aucun groupe n'a réussi à s'approprier le problème. Il a donc fallu essayer de comprendre pourquoi.

2.3.1 Etions-nous face à une rupture de contrat didactique ?

Il semble que les élèves aient été perturbés par le fait qu'ils ne comprenaient pas la consigne du problème proposé dès la première lecture.

Il est probable que les élèves se sont trouvé face à une rupture de contrat didactique[7]. En effet, tout d'abord je n'ai pas dit, encore moins insisté, sur le fait que les problèmes étaient prévus pour des élèves de 3^{e} primaire. A l'époque, j'étais en effet titulaire d'une classe de 4^{e} dans cette école et pour des élèves de 3^{e} année, j'étais donc « la maîtresse des grands » qui propose des problèmes impossibles à leur niveau.
Cette hypothèse est confortée par la remarque qu'une élève a faite après la reprise de l'activité : elle m'a demandé dans quel degré j'enseignais. Je lui ai répondu « en 4 P », mais là j'ai insisté sur le fait que le problème qui leur avait été proposé était spécialement prévu pour des élèves de leur âge. L'élève a paru rassurée.

Ensuite, en 3^{e} année, les élèves ont l'habitude qu'on leur lise, voire qu'on leur explique, les consignes. Ce qui était impossible étant donné qu'il avait été décidé de mettre les élèves dans les conditions imposées par le RMT. Si cette deuxième hypothèse est correcte, cela peut également avoir perturbé les élèves.

---

[5] voir annexe 3
[6] un exemple d'enseignement de l'exhaustivité d'une recherche est développé au chapitre 2 de la deuxième partie.
[7] Le contrat didactique est un système d'obligations réciproques entre le maître et l'élève. « *… une relation qui détermine – explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement – ce que chaque partenaire, l'enseignant et l'enseigné, a la responsabilité de gérer et dont il sera d'une manière ou d'une autre, responsable devant l'autre.* » (Brousseau, 1996, p. 66-67)

2.3.2 Est-ce que la consigne était assez claire ?

Une autre hypothèse est que la consigne n'était pas claire. Tout d'abord, si l'on se réfère à l'analyse du protocole, les élèves ne savaient pas ce qu'était un croisement. Il a fallu se mettre d'accord sur cette définition lors de la séquence en classe.

Ensuite, le fait de dire « Il doit les placer dans deux directions différentes de manière à ce qu'elles se croisent » n'implique pas qu'elles doivent TOUTES se croiser. Les élèves ont d'ailleurs demandé s'ils devaient interpréter le texte ainsi.

Enfin, le fait de mentionner que le nombre 17 était impossible semble avoir conduit les élèves à rechercher à obtenir 17- comme l'ont fait les groupes 3.1 et 3.4 - ceci bien que la question ait été notée en gras.

Avec du recul, il faut bien admettre que cette situation des baguettes est un peu artificielle. C'est un exemple de ces situations dans lesquelles l'habillage détourne le problème des objectifs initiaux d'ordre mathématique.

2.3.3 Les élèves auraient-ils rencontré les mêmes difficultés que dans le problème « La cible », problème analogue proposé dans le 7e RMT ?

Selon François Jaquet (2001), les élèves rencontrent beaucoup de difficultés à résoudre des problèmes de combinatoire arithmétique. Il prend l'exemple d'un problème proposé dans le 7^{e} RMT. Il s'agit du problème intitulé « LA CIBLE », dont voici l'énoncé :

> **LA CIBLE**
> Xavier a obtenu un total de 11 points en lançant ses quatre fléchettes sur cette cible.
> Il dit que, avec quatre fléchettes, il peut obtenir tous les autres totaux de 2 à 30.
> **Qu'en pensez-vous ?**
> Indiquez vos calculs pour chaque total que vous avez trouvé.

Ce problème est lui-même adapté du problème « SCORE » proposé dans le livre de mathématique de 3^{e} primaire (Danalet, Dumas, Studer, Villars-Kneubühler, 1998, p. 58) et présente des analogies avec CROISEMENTS. En effet, dans les deux problèmes on demande d'effectuer un inventaire distinguant les nombres qui sont solutions de ceux qui ne le sont pas. Dans LA CIBLE, il s'agit de sommes de produits tandis qu'ici c'est simplement des produits. En effet, pour résoudre ces problèmes, il faut tout d'abord énumérer toutes les solutions possibles, puis prendre le complémentaire à cet ensemble, à savoir tous les nombres que l'on ne peut pas obtenir. Pour F. Jaquet, c'est l'organisation du dénombrement qui est difficile pour de jeunes enfants.

2.3.4 Quels avaient été les résultats obtenus dans les classes lors de la mise à l'essai de « A vos baguettes » ?

A ce stade, il est intéressant de se demander comment le problème « A vos baguettes » (Danalet, Dumas, Studer, Villars-Kneubühler, 1998, p. 83) est reçu dans les classes de 3e primaire. Pour cela, je me suis inspirée des observations de Chantal Tièche Christinat, qui est chargée du suivi scientifique de l'introduction des nouveaux moyens de mathématique de Suisse romande.

Premièrement, C. Tièche Christinat observe que les élèves ne savent pas ce que signifie le mot « croisements ». Souvent, ils comptent les « rectangles formés ». J'ai également pu observer ceci lors de la mise à l'épreuve du problème CROISEMENTS avec le groupe 3.5 et probablement les groupes 3.2 et 3.3.

Deuxièmement, le matériel utilisé semble rendre le problème ambigu. En effet, dans ses observations, C. Tièche Christinat a remarqué que les enseignants utilisent souvent les baguettes du jeu MIKADO pour effectuer le problème « A vos baguettes » et certains élèves ne s'autorisent pas à enlever des baguettes de dessous; ils suivent la règle du Mikado, jeu dans lequel des baguettes doivent être retirées sans faire bouger les autres. Dans ce cas, les élèves jouant en deuxième position sont tributaires du choix initial. En effet, soit ils ajoutent une baguette, auquel cas les autres groupes doivent également ajouter une baguette pour ne pas retomber sur un produit déjà trouvé, soit ils enlèvent une baguette. Il est donc impossible de vérifier la commutativité de la multiplication si les baguettes de dessous restent intouchables. On remarque ici aussi que les éléments du contexte s'éloignent du problème des objectifs mathématiques de la situation.

Dans d'autres cas, les élèves ajoutent des baguettes par-dessus les autres et cela n'a plus rien à voir avec la multiplication. Ils font des étages et on n'arrive plus à déterminer ce qu'est un croisement.

Enfin, même si les élèves écrivent la multiplication - ce qui se rencontre rarement car la majorité des enseignants observés, pour ne pas intervenir dans les procédures des élèves, ne s'autorisent pas à imposer la notation -, les élèves effectuent alors un comptage et n'utilisent pas les produits qu'ils connaissent, ni même la suite de nombres (par ex. 3, 6, 9, ...). Ceci a également été observé dans les copies des épreuves du 9e RMT[8].

2.4 MODIFICATION DE LA CONSIGNE

A la suite de ces observations et de ces réflexions, la consigne a été une nouvelle fois modifiée.

2.4.1 Thème

Nous avons tenté de transformer l'habillage du problème. Les baguettes ont été transformées en cordage de raquette de tennis. Parler du cordage d'une raquette de tennis carrée ou ovale proche du rectangle pouvait empêcher les élèves de faire « plusieurs rangs », mais là il y avait le problème de la bordure : il y a des croisements entre les cordes et le cadre de la raquette. De plus, il y a encore un problème de disposition du fil.

L'idée d'une toile d'araignée a également été évoquée, mais vite repoussée. Une araignée ne tisse, en effet, pas de toiles orthogonales.

Ensuite nous avons envisagé l'utilisation du quadrillage d'une feuille. Pour empêcher les élèves d'utiliser une feuille par essai, un « morceau » de feuille quadrillée déchirée a été imaginé, mais cela ne convenait pas non plus.

Enfin nous avons eu l'idée d'utiliser des lignes de couleurs, mais cela rendait l'énoncé encore plus lourd :

> David a dessiné 5 lignes dans un sens 2 dans l'autre. Il a obtenu 10 croisements.
>
> Sachant qu'il a 11 couleurs et qu'il ne peut pas utiliser deux fois la même couleur, combien de croisement peut-il obtenir ?

Nous avons donc décidé de revenir à notre idée initiale et les baguettes ont été réintroduites dans le problème.

[8] voir « résultats des classes au problème CROISEMENTS » lors du 9e RMT

2.4.2 Exemples

Pour expliciter le problème, nous avons décidé de proposer trois exemples :
- 12 croisements formés avec 4 et 3 baguettes, soit 7 baguettes au total
- 10 croisements formés avec 2 et 5 baguettes, soit 7 baguettes au total. La solution 7 croisements avec 1 et 7 baguettes a été évoquée, mais finalement laissée de côté. En effet, il est important que les élèves découvrent par eux-mêmes cette solution.
- 20 croisements avec 4 et 5 baguettes, soit 9 au total.

2.4.3 Illustrations

Lors de la reprise du problème, j'avais repris au tableau le premier résultat obtenu par un groupe en dessinant ce qu'ils avaient construit avec des crayons et noté en dessous le nombre de croisements qu'ils avaient obtenus. J'ai ensuite dû le renoter sur la feuille de chaque groupe pour les inciter à utiliser cette manière de justifier leur résultat. Le nombre de croisements a donc été ajouté sur l'exemple.

2.4.4 Intervention de Christophe : 17 est impossible

La décision de ne pas donner de solutions impossibles à obtenir à été prise. En effet, les résultats de l'analyse a posteriori effectuée sur le problème « La Cible », montrent que chercher le complémentaire d'un ensemble de solutions semble être hors de portée d'élèves de 3^{e} et 4^{e} primaire.

2.4.5 Question

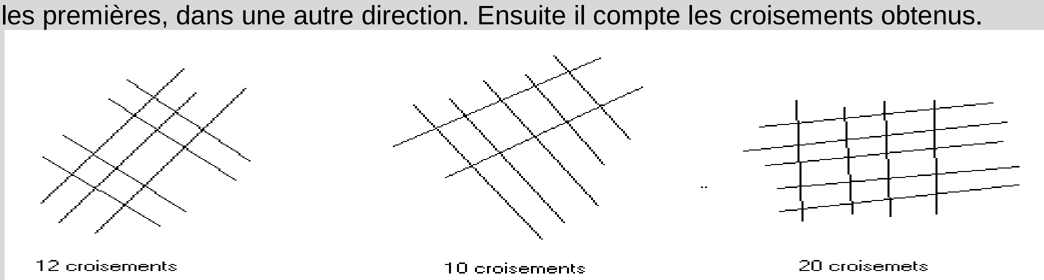
La forme de la question a été également repensée. Que choisir ? :
- Quels sont les nombres de croisements qu'il peut obtenir ?
- Y a-t-il d'autres nombres que 12, 10 et 20 qu'on peut obtenir ?
- Aidez David à trouver tous les nombres qu'il pourra obtenir.

« Tous les nombres » a été conservé, suite à l'analyse effectuée sur le problème « LA CIBLE » et « Cherchez tous les autres nombres de croisements que David peut faire » a été adopté.

« Expliquez comment vous les avez trouvés » a également posé problème. En effet, j'ai souvent rencontré des élèves pour qui expliquer signifiait écrire des phrases. Il semble difficile pour eux d'admettre qu'une opération mathématique ou un dessin puisse être une « explication » ou une justification. Le terme « Montrez » qui pourrait être acceptable pour les élèves a donc été adopté. En effet, ils peuvent montrer un dessin.

La consigne est alors devenue :

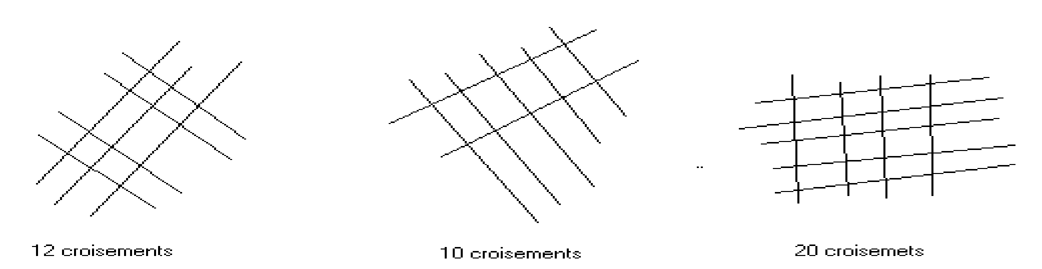
CROISEMENTS
David a 11 baguettes. Il en place quelques-unes dans une direction et il en place d'autres par-dessus toutes les premières, dans une autre direction. Ensuite il compte les croisements obtenus.



Cherchez tous les autres croisements que David peut faire.
Montrez comment vous avez trouvé.

Ensuite je l'ai encore modifiée :

CROISEMENTS
David a 11 baguettes.
Il place quelques baguettes dans une direction, puis il place d'autres baguettes par-dessus toutes les premières, dans une autre direction. Ensuite il compte les croisements.
Voici ses trois premiers essais et les nombres de croisements obtenus :



Quels sont tous les nombres de croisements que David pourrait obtenir ?
Expliquez comment vous les avez trouvés.

2.5 PASSAGE DEVANT LES ANIMATEURS DU RMT, RESPONSABLES DE LA RÉDACTION DE L'ÉPREUVE

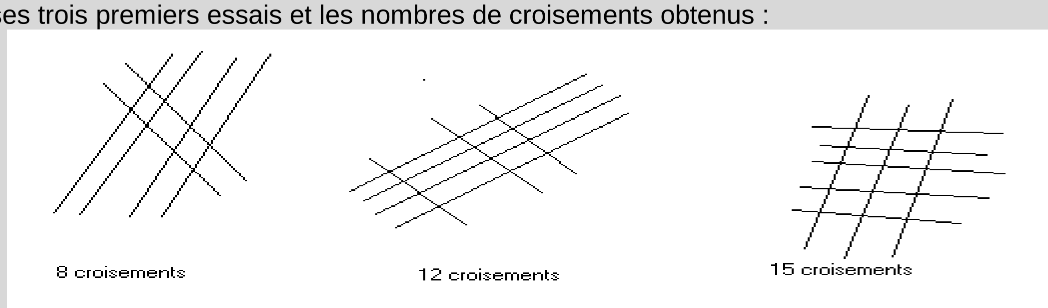
Ce dernier énoncé a été proposé aux animateurs de la deuxième épreuve du RMT. Les difficultés rencontrées par les élèves lors des essais dans les classes, ont été expliquées et diverses modifications ont été discutées :

- Serait-il utile de donner une couleur aux baguettes ?
- Et si on proposait une boîte échancrée afin de reprendre l'idée des raquettes, tout en évitant les nœuds au bord ?

Finalement, il a été décidé de proposer le problème aux élèves de 4e et 5e primaire – le problème étant jugé trop difficile pour les enfants de 3e primaire - et de réduire le nombre de baguettes à 8.

Voici le problème choisi par les animateurs du RMT :

CROISEMENTS
David a 8 baguettes. Il place quelques baguettes, puis par-dessus, il en place d'autres dans une autre direction. Ensuite il compte les croisements.
Voici ses trois premiers essais et les nombres de croisements obtenus :



Chaque baguette de la deuxième couche doit croiser toutes les baguettes de la première couche.
Cherchez tous les autres nombres de croisements que David peut obtenir sans utiliser plus de 8 baguettes.
Présentez clairement vos solutions.

Mais, au tout dernier instant, le nombre de baguettes proposées a passé de 8 à 11 afin qu'il y ait un nombre plus élevé de solutions. En effet, avec 8 baguettes on obtient 13 solutions (les nombres de 1 à 16 sauf 11, 13, 14) alors qu'avec 11 baguettes, on obtient 19 solutions (tous les nombres de 1 à 25 sauf 11, 13, 17, 19, 22 et 23)

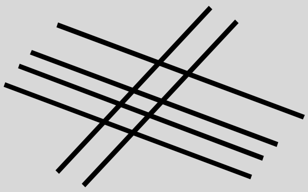
2.6 RAPPEL DU PROBLÈME

Le problème proposé lors du 9^{e} RMT est finalement le suivant :

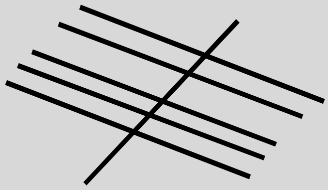
CROISEMENTS

David a 10 baguettes. Il place quelques baguettes dans une direction, puis il en place d'autres, par-dessus, dans une autre direction. Finalement, il compte les croisements obtenus.
(Chaque baguette de dessus doit croiser toutes celles de dessous, comme sur les figures suivantes).
Il n'est pas nécessaire d'utiliser toutes les 10 baguettes.
Voici ses trois premiers essais et les nombres de croisements obtenus :

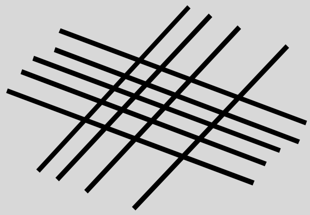
8 croisements



5 croisements



20 croisements



Cherchez tous les autres nombres de croisements que David peut obtenir.
Expliquez comment vous les avez trouvés.

3 RÉSULTAT DES CLASSES DE SUISSE ROMANDE

3.1 RÉSULTATS

70 classes de 4e et 5e primaire ont répondu au problème CROISEMENTS lors du 9e RMT. Le tableau ci-dessous montre les résultats obtenus.

NB DE POINTS	NB DE CLASSES	POURCENTAGE
0	12	17
1	13	19
2	15	22
3	22	31
4	8	11
TOTAL	70	100

42% des classes[9] seulement ont réussi à résoudre le problème.

3.2 ANALYSE DES PROCÉDURES

Les procédures utilisées par les élèves permettent d'en savoir plus sur les raisons de l'échec relatif (58%) à ce problème. J'ai répertorié 3 procédures différentes :

Nb bag : les élèves énumèrent tous les nombres qu'ils peuvent faire avec 1 baguette dans un sens puis avec 2 baguettes, etc.

Suite Nb : les élèves énumèrent les nombres en suivant (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 24, 25)

Aléatoire : les élèves effectuent des croisements sans ordre apparent

	Nb bag	Suite Nb	10 bag	Aléatoire	TOTAUX
TOTAUX	45	4	2	19	70
POURCENTAGE	64 %	6 %	3 %	27 %	100

Le tableau montre que 27 % classes établissent la liste des nombres de façon aléatoire. Ce qui explique une partie des échecs.

Lors de l'analyse a priori j'avais fait l'hypothèse que les élèves chercheraient les nombres de croisements en utilisant la procédure « suite de nombres ». Or, le tableau ci-dessus montre qu'il n'en est rien. Les élèves privilégient la procédure « Nombre de baguettes » qui est la suivante :

Avec 1 baguette dans un sens et « X » dans l'autre : 0 – 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9

Avec 2 baguettes dans un sens et « X » dans l'autre : 0 – 2 – 4 – 6 – 8 – 10 – 12 – 14 - 16

Avec 3 baguettes 0 – 3 – 6 – 9 – 12 – 15 – 18 – 21 – 24

Etc.

On obtient les multiples des nombres de 1 à 9 plus petits que 25.

Cette dernière procédure conduit aux réussites, mais aussi à certains types d'échecs dus à des répétitions.

[9] Ceci correspond à l'addition des pourcentages de classes ayant obtenu 4 et 3 points

4 INTÉRÊT DU PROBLÈME

En ce qui concerne le RMT, et étant donné les résultats obtenus, je ne pense pas que CROISEMENTS soit un « bon » problème de concours. En effet, il ne devient à la portée des élèves que si on leur donne des pistes pour atteindre l'exhaustivité, mais ces pistes rendent la tâche mécanique et appauvrissent les intentions du problème.

Cette inadéquation vient également de la recherche « à tout prix » d'un habillage inédit qui, en réalité, occulte les contenus mathématiques sous-jacents. Une partie importante de la tâche des élèves est dans l'interprétation de la consigne et des règles contextuelles que les auteurs ont attribué à la situation.

C'est un danger qui guette les créateurs de problèmes, des manuels officiels comme des concours : à force de vouloir être originaux en masquant les relations mathématiques - dans l'intention louable de provoquer des décontextualisations, des transferts et des recontextualisations - on pourrait tomber voir passer l'activité essentielle de résolution de problème au second plan, derrière des recherches de type « divinatoire » ou des « interprétations de textes ». Ce danger a été relevé à plusieurs reprises dans les travaux de la dernière rencontre internationale sur le RMT (Parma, 28-30 septembre 2001) consacrés précisément à l'élaboration de problèmes « exploitables » pour la construction de connaissances mathématiques.

Deuxième partie :

PROBLÈME « BAR DU PARC » : ANALYSE DE L'UTILISATION EN CLASSE

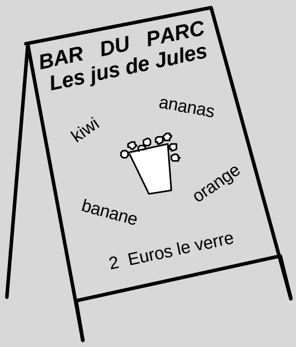
Dans cette deuxième partie, je propose de présenter le problème BAR DU PARC que nous avons créé pour la deuxième épreuve du 9e RMT.
Tout d'abord, je présenterai le problème avec son analyse a priori et les résultats obtenus par les classes inscrites au 9e rallye. Je dirai également quelques mots des procédures proposées par les élèves. Ensuite, je montrerai une utilisation possible de ce même problème en vue d'un enseignement dans une classe 4e primaire romande ayant participé au concours. Cette dernière partie permettra de lier la recherche avec une pratique enseignante.

1 ANALYSE DU PROBLÈME

1.1 PRÉSENTATION DU PROBLÈME

Le problème BAR DU PARC a été créé pour des élèves de 3e et 4e année de l'école primaire.

BAR DU PARC



Au Bar du Parc, Jules prépare des jus de fruits.
Il a quatre sortes de fruits : des ananas - des oranges - des kiwis - des bananes.
Anne a choisi un jus « orange-ananas »,
Bertrand a choisi un jus « orange »,
Caroline a choisi le mélange des « quatre sortes de fruits »,
et il y a encore beaucoup d'autres choix possibles.

Avec ses quatre sortes de fruits, combien de jus de fruits différents Jules peut-il préparer pour ses clients ?
Indiquez lesquels.

1.2 ANALYSE A PRIORI

1.2.1 Domaine de connaissances

Le problème BAR DU PARC fait appel à la combinatoire, avec la recherche de combinaisons et le dénombrement d'une collection d'objets, d'une part, à l'arithmétique, avec l'addition et la multiplication, d'autre part.

1.2.2 Analyse de la tâche

L'élève doit comprendre qu'il y a des mélanges de 4 fruits, de 3 fruits, de 2 fruits ou d'un seul fruit et que, pour chacune de ces quatre catégories, il peut y avoir plusieurs choix. De plus, il doit savoir que l'ordre des fruits n'intervient pas et que par conséquent le jus orange – kiwi est le même que le jus kiwi – orange, par exemple.

1.2.3 Procédures attendues

Lors de l'analyse a priori trois procédures étaient attendues :
L'établissement d'une liste organisée en regroupant les jus par nombre de fruits.

- Avec 1 fruit : A, O, K, B (4 choix)
  Avec 2 fruits : A - O ; A - K ; A - B ; O - K ; O - B ; K - B (6 choix)
  Avec 3 fruits : A - O - K, A - O - B, A - K - B Et O - K - B (4 choix)
  Avec 4 fruits : A - O - K - B (1 choix)
  Soit 4 + 6 + 4 + 1 = 15 choix
- L'établissement d'une liste organisée en regroupant les jus par fruit, c'est-à-dire en notant tous les jus possibles avec l'ananas, puis ceux avec l'orange, etc… en prenant soin de ne pas avoir de doubles.
  Avec l'ananas : A, A - O, A - K, A - B, A - O - K, A - O - B, A - K - B, A - O - K – B (8 jus)
  Avec l'orange : O, O - K, O - B, O - K - B (4 jus)
  Avec le kiwi : K, K - B (2 jus)
  Avec la banane : B (1 jus)
  Soit 8 + 4 + 2 + 1 = 15 choix
- Procéder par essais successifs au hasard puis éliminer les mélanges identiques.

1.3 RÉSULTATS

1.3.1 Résultats obtenus lors du 9e RMT

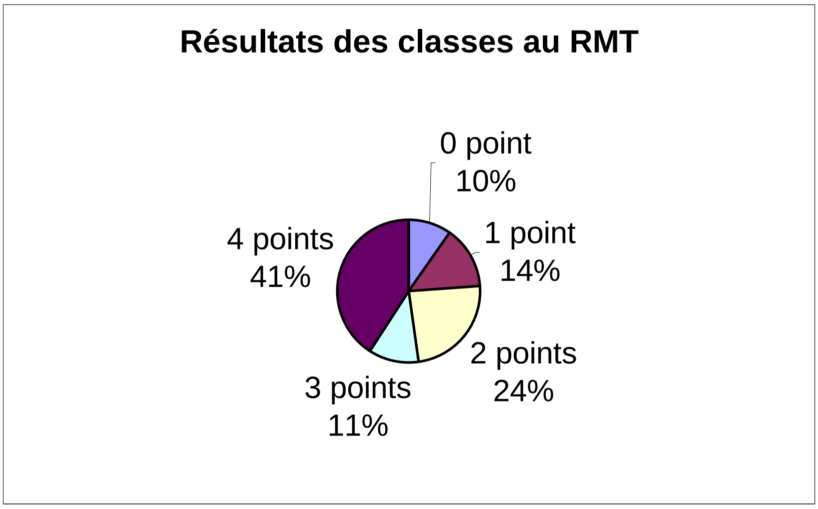
Le problème a été proposé lors du 9e RMT et les points ont été attribués de la manière suivante :

4 points Bonne réponse. Les 15 jus ont été trouvés et une explication, sous forme de liste organisée, de diagrammes, ou de calculs a été donnée.
3 points Bonne réponse sans explications. Les 15 jus sont notés, mais sans organisation
ou il y a une seule erreur, sous forme d'un oubli ou d'une répétition dans une catégorie, mais avec la présence d'une liste et d'explications
2 points Réponse (15) seulement
ou il manque une catégorie ou il y a deux ou trois erreurs
1 point Début de recherche. Il n'y a que 4 à 10 jus seulement.
0 point Moins de 4 jus trouvés ou incompréhension du problème

En Suisse romande, 25 classes de 3e primaire et 46 classes de 4e primaire, soit 71 classes en tout, ont traité ce problème. Voici les résultats obtenus :

	0 point	1 point	2 points	3 points	4 points	Totaux
Nombre de classes	7	10	17	8	29	71
Pourcentage de réussite	10	14	24	11	41	100

Ce qui donne le graphique suivant :



L'analyse de procédures permet d'en savoir plus sur les taux de réussite à ce problème.

1.3.2 Procédures utilisées lors du 9e RMT

Tout d'abord, il faut noter que par rapport à l'analyse a priori dans laquelle 3 procédures avaient été envisagées, deux nouvelles sont apparues : l'organisation des différents jus à l'aide d'un arbre de classement et le calcul de leurs nombres par des opérations arithmétiques (multiplications, additions etc…). Il faut cependant souligner que cette dernière procédure conduit toutes les classes qui l'ont utilisée à un échec (0 ou 1 point)

EXEMPLES

Points	Liste	Tableau	Arbre	Opérations	Réponse seule	Nb de classes
0	0	1	0	5	1	7
1	8	0	1	1	0	10
2	14	0	3	0	0	17
3	7	1	0	0	0	8
4	27	1	1	0	0	29
TOTAUX	56	3	5	6	1	71

La grande majorité des groupes ont utilisé une liste pour établir le nombre de possibilités. Etant donné que cela représente le 78 % des procédures, leur analyse a été affinée.

On peut les répartir en 3 catégories proches de l'analyse a priori :
Nb de fruits : les listes sont établies en fonction du nombre de fruits
Fruits : les listes sont établies en fonction des fruits
Aléatoire : les listes sont établies sans que des règles précises n'y apparaissent.

EXEMPLES

Nb de points	LISTE	Nb de fruits	Fruits	Aléatoire
0	0	0	0	0
1	8	3	5	0
2	14	5	7	2
3	7	3	4	0
4	27	17	7	3
TOTAUX	56	28	23	5

Dans ce tableau on remarque que la majorité des élèves ont effectué leur dénombrement en fonction du nombre de fruits dans chaque cocktail.

1.4 COMMENTAIRES

L’intérêt de cette diversité de procédures est de constater que les élèves ont beaucoup d’idées et de moyens pour résoudre ce problème. De plus, même si une des procédures est plus économique, les autres ne conduisent pas forcément à des échecs. Il ne reste qu’à montrer aux élèves cette procédure économique, sans pour autant les obliger à l’utiliser. Ils l’utiliseront lorsqu’ils seront convaincus de sa pertinence.

On pourrait s’intéresser à distinguer les procédures utilisées par les 3e primaire de celles utilisées par les élèves de 4 P. En effet, ces derniers ont un an de plus de pratique de problèmes de ce genre. Mais on ne pourrait que difficilement discerner les effets de l’âge des élèves de ceux de leur expérience acquise à l’école et cette distinction conduirait à des impasses, compte tenu de l’absence de données sur les pratiques des classes participant au RMT.

2 APPLICATION EN CLASSE

Une hypothèse est que les problèmes proposés dans le RMT sont tout à fait utilisables à des fins d’enseignement. C’est pourquoi BAR DU PARC a été proposé dans une classe de 4e primaire qui avaient participé au 9e RMT. Voici ce qui a été effectué.

2.1 ANALYSE A PRIORI DE L'APPLICATION EN CLASSE

Pour pouvoir « mesurer » les apprentissages des élèves lors de la séquence didactique, un test doit être proposé avant la séquence pour évaluer les connaissances des élèves avant l'enseignement et après pour mesurer l'apprentissage effectué.

Je vais donc présenter comment j’ai intégré le problème BAR DU PARC dans un processus d’enseignement.

2.1.1 Pré-test

Tout d'abord, il a fallu définir les savoirs mis en jeu dans le problème choisi. Ensuite, les structures du problème ont été explicitées afin de reproduire ces mêmes structures dans le problème proposé dans le test. Il fallait également que celui-ci ne donne pas une idée de la méthode de résolution dans sa consigne afin de correspondre à la définition de la situation problème de Arsac, Germain, Mante (1991).

L'habillage du problème a été choisi de manière à n'avoir aucun lien avec BAR DU PARC. Ceci permet de tester les compétences mathématiques acquises des élèves et évite le rappel du problème. C'est pourquoi l'idée d'un arrangement de lettres a été proposée.

Voici le pré-test proposé :

TEST DE MATH

Tu as à disposition tout le matériel qui te semble nécessaire : calculette, jetons, cubes, etc.

LA LANGUE AXI

Dans la langue AXI, il n'y a jamais deux même lettres dans un mot et il n'y a que trois lettres à disposition : A, I, X.
Par exemple : X, AI, IA sont trois mots différents.
Il y a encore beaucoup d'autres mots possibles.
Combien y en a-t-il en tout ?
Indique lesquels.

Pour sa résolution, ce test exige les mêmes procédures de recherche que BAR DU PARC. Il faut dénombrer une collection :

Les mots d’une lettre :	A – I – X	(il y en a 3)
Les mots de deux lettres :	AI – AX – IA – IX – XA – XI	(il y en a 6)
Les mots de trois lettres :	AIX – AXI – IAX – IXA – XAI – XIA	(il y en a 6)

Il y a donc 15 mots possibles (3 + 6 + 6).

La seule différence existant entre les problèmes BAR DU PARC et la LANGUE AXI est que dans le test on doit inverser les combinaisons alors que ce n'est pas le cas dans le problème du RMT. En effet, AI et IA sont deux solutions différentes alors que le jus banane – kiwi et le même que le jus kiwi – banane. Mais ce qui est primordial c'est que dans les deux problèmes, l'élève doit utiliser une systématique pour être sûr d'avoir toutes les solutions et de ne pas avoir de doubles.

2.1.2 Séquence didactique

Le but de la séquence est d'apprendre aux élèves à effectuer une liste d'objets organisée et exhaustive.

Lors de la période d'enseignement, les élèves doivent se grouper par trois. L'établissement des groupes est volontairement laissé au libre choix des élèves et donc constitué plutôt en fonction des affinités réciproques des élèves, ceci afin de favoriser les échanges.

Chaque groupe reçoit la consigne de BAR DU PARC et se met au travail sans l'intervention de l'enseignant, ceci correspond à la phase de dévolution selon Brousseau.

Après environ 10 minutes, l'enseignant effectue une mise en commun. Il demande aux élèves de donner les solutions qu'ils ont déjà obtenues. Il les répertorie au tableau noir et engage une discussion sur la manière de faire pour être sûr d'avoir toutes les solutions et de n'en oublier aucune.

Après avoir répertorié les propositions des élèves au tableau, l'enseignant demande aux groupes de terminer leur travail. La validation de leur travail s'effectuant avec la comparaison leurs résultats entre groupes.

2.1.3 Post-test

Quelques jours plus tard l'enseignant peut redonner le problème AXI individuellement aux élèves et constater l'apprentissage effectué.

2.2 EXPÉRIENCE EN CLASSE

Cette application a été faite pratiquement dans ma classe qui était composée de 20 élèves de 4^{e} primaire.

2.2.1 Pré-test

Malheureusement, contrairement à ce qui a été prévu, je n'ai pas pu présenter le pré-test (LA LANGUE AXI) personnellement et la personne qui m'a remplacé a donné les réponses aux élèves. Le pré-test est donc inutilisable pour une analyse de l'apprentissage effectué par les élèves.

2.2.2 Séquence didactique

Lors de la séquence didactique, j'ai annoncé aux élèves qu'ils allaient retravailler un des problèmes du RMT parce qu'il avait posé des difficultés au groupe chargé de le résoudre. J'ai, comme prévu, demandé aux élèves de former des groupes de 3. Puis j'ai distribué les consignes en rappelant aux élèves qu'ils ne pourraient pas poser de questions pendant les dix premières minutes, que c'était comme lors de la période Math - Recherche. Etant habitué à ce mode de fonctionnement, les élèves se sont mis rapidement au travail.

Après dix minutes, j'ai regroupé les élèves autour du tableau noir et leur ai demandé de donner les cocktails qu'ils avaient déjà obtenus. Les élèves m'ont dicté les cocktails suivants :

K – A[10]
K – B
K – O
K

[10] J'ai proposé cette notation afin de perdre le moins de temps possible. Dans l'analyse a priori, j'aurais dû prévoir qu'il fallait également discuter avec les élèves les différentes écritures qu'ils pouvaient utiliser, mais cela n'a pas été fait.

A
B
O
A – B
A – O
B – O
K
A
K – B – A
K – B – O
K – A – O
K – B – A – O
A – B
A – O
Ensuite, je leur ai demandé de contrôler s'il n'y avait pas de doubles. Les élèves ont relevé qu'il y avait deux fois le K et le A.

Puis, je leur ai demandé si tous les cocktails possibles étaient notés au tableau. Un des élèves a proposé de vérifier. Alors j'ai demandé aux élèves d'expliquer comment ils pouvaient procéder afin d'obtenir cette vérification. Il en est ressorti 3 manières de faire que j'ai noté au tableau. Les voici :

1) Mettre des croix et vérifier dans la liste qu'il n'y en a pas de semblables.
2) Toute la liste de kiwi, après tu n'as plus le droit de mettre de kiwi
3) 1 jus : ananas par exemple
   2 jus : ananas – kiwi par exemple
   3 jus : ananas – kiwi – banane
   4 jus :

Un élève a souligné qu'on ne pouvait pas multiplier les résultats, car selon lui il y aurait de moins en moins de jus. Cette remarque n'a pas paru pertinente aux autres groupes et n'a pas été discutée plus avant. J'ai malgré tout écrit la dernière remarque au tableau noir, car elle était effectuée par un des élèves qui avait eu la charge de résoudre ce problème lors du RMT. Ils avaient donné la réponse 4 x 16 = 32, après avoir répertorié tous les jus qu'ils pouvaient faire avec le kiwi.

4) Le « fois »[11] ne marche pas, car tu en as de moins en moins

Les élèves se sont ensuite remis au travail. Une fois que les groupes avaient terminé leur travail, au lieu d'engager un débat collectif, les élèves ont comparé leurs résultats. La phase de validation s'est déroulée entre élèves.

2.2.3 Post-test

Quelques jours plus tard, les élèves ont effectué un post-test. Au préalable le pré-test et le post-test devaient être les mêmes. Mais le pré-test avait été conduit par une personne qui a, semble-t-il beaucoup aidé les enfants. C'est pourquoi j'ai décidé de proposer un autre post-test (LA CALCULETTE ABIMEE) qui met en jeu les mêmes connaissances mathématiques que la LANGUE AXI. Le voici :

TEST DE MATH
Tu as à disposition tout le matériel qui te semble nécessaire : calculette, jetons, cubes, etc.

LA CALCULETTE ABIMEE
Paula a trouvé une calculette, mais elle est abîmée. Elle ne peut inscrire que les chiffres 1, 5 et 8. De plus, elle n'admet jamais deux même chiffres dans un nombre.
Par exemple : 1, 58, 85 sont trois nombres différents.
Il y a encore beaucoup d'autres nombres possibles.
Combien y en a-t-il en tout ?
Indique lesquels.

[11] Multiplication

Pour sa résolution, ce test exige les mêmes procédures de recherche que LA LANGUE AXI.

Les nombres à un chiffre sont :	1 – 5 – 8	(il y en a 3)
Les nombres à deux chiffres sont :	15 – 18 – 51 – 58 – 81 – 85	(il y a en 6)
Les nombres à 3 chiffres sont :	158 – 185 – 518 – 581 – 815 – 858	(il y en a 6)

Il y a donc 15 nombres possibles (3 + 6 + 6).

2.3 RÉSULTATS ET COMMENTAIRES

Il n'est pas pertinent de présenter ici les résultats au pré-test sachant qu'il ne présente pas les procédures des élèves eux-mêmes puisqu'ils ont été fortement influencés par le premier expérimentateur.

Par contre, il faut noter que 15 élèves sur 20 ont trouvé la bonne réponse au problème de la CALCULETTE ABIMEE lors du post-test. De plus, <u>TOUS</u> les élèves ont proposé un résultat ordonné, que leur réponse finale ait été correcte ou non.

On peut donc estimer qu'il y a eu un effet de la séquence didactique, utilisant le problème BAR DU PARC, puisque tous les élèves ont organisé leur énumération dans le post-test.

3 CONCLUSION

BAR DU PARC est un problème ouvert. En effet, « *l'énoncé est court et compréhensible* il ne contient *ni la méthode, ni la solution et permet à chacun qui le cherche de faire des essais*. » (Arsac, Germain, Mante, 1991). Les élèves ont pu s'approprier le problème rapidement, sans intervention de l'enseignante - ce qui est une des qualités requises par les problèmes ouverts comme par les situations problèmes.

De plus, comme nous l'avons vu, BAR DU PARC demande la recherche de toutes les combinaisons possibles de cocktails, c'est pourquoi il correspond aux attentes du Plan d'études. En effet, un des buts de l'enseignement de mathématiques y est explicité ainsi :

> *« A l'école, l'élève apprend les mathématiques lorsque le maître le met en situation de développer ses multiples facultés pour vivre toutes les phases d'une activité de recherche et engendrer ainsi les attitudes qu'exige une démarche scientifique. »* (Plan d'études romand de mathématiques, 1997)

Les objectifs de BAR DU PARC se situant dans l'organisation d'un dénombrement (domaine de la combinatoire) avant tout, les opérations arithmétiques sont au second plan. C'est un « problème pour chercher » et le savoir visé est l'organisation d'un inventaire.

La séquence didactique montre un progrès et une réussite de tous les groupes dans l'émergence de ce savoir. Le post test semble le confirmer, même si on ne peut pas « mesurer » d'apprentissages, en raison des perturbations de la passation du pré-test et des analogies fortes entre les situations Langue AXI, BAR DU PARC et CALCULETTE ABIMEE.

Un problème du RMT peut ici être utilisé en classe, à des fins d'enseignement, dans une situation didactique.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ARSAC, G., GERMAIN, G. & MANTE, M. (1991). *Problème ouvert et situation-problème.* Villeurbanne : IREM : Académie de Lyon

BROUSSEAU, G. (1996). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. In J. Brun (dir.), *Didactique des mathématiques* (pp. 45-143). Lausanne : Delachaux et Niestlé

BROUSSEAU, G. (1986). Théorie des situations didactiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 33-115

CHEVALLARD, Y. (1985). *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée sauvage

COMMISSION ROMANDE DES MOYENS D'ENSEIGNEMENT (COROME). (1997). *Plan d'études romand de mathématiques : degrés 1-6*. Neuchâtel : COROME

DANALET, C. et al. (1998). *Mathématiques 3P : livre de l'élève.* Neuchâtel : COROME

DANALET, C. et al. (1998). *Mathématiques 3P : livre du maître.* Neuchâtel : COROME

GAGNEBIN, A., GUIGNARD, N. & JAQUET, F. (1998). *Apprentissage et enseignement des mathématiques : commentaires didactiques sur les moyens d'enseignements pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire.* Neuchâtel : COROME

GRUGNETTI, L. & JAQUET, F. (éds). (1999). *Le Rallye mathématique transalpin : quels profits pour la didactique? : actes des journées d'études, Brigue 1997-1998*. Neuchâtel : IRDP ; Parma : Dipartimento di matematica dell'Università

GRUGNETTI, L. & JAQUET, F. (éds). (2001). *RMT : évolution des connaissances et évaluation des savoirs mathématiques : actes des journées d'études sur le Rallye mathématique transalpin, Siena 1999 - Neuchâtel 2000.* Siena : Università di Siena, Dipartimento di Matematica "Roberto Magari" ; Neuchâtel : IRDP

GRUGNETTI, L., JAQUET, F. & TIECHE-CHRISTINAT, C. (à paraître). Enjeux didactiques des concours mathématiques. In *Actes du colloque international Guy Brousseau "Autour de la théorie des situations didactiques", juin 2000, Bordeaux*

JAQUET, F. (2001). Analyse des stratégies de résolution d'un problème : la cible. In L. Grugnetti & F. Jaquet (éds), *RMT : évolution des connaissances et évaluation des savoirs mathématiques : actes des journées d'études sur le Rallye mathématique transalpin, Siena 1999 - Neuchâtel 2000* (pp. 129-139). Siena : Università di Siena, Dipartimento di Matematica "Roberto Magari" ; Neuchâtel : IRDP

JAQUET, F. (1994). *Deuxième rallye mathématique romand : analyse d'une compétition mathématique par classes dans les écoles primaires de Suisse romande, durant l'année scolaire 1993-1994*. Neuchâtel : IRDP (Pratiques 94.202)

TIECHE-CHRISTINAT, C. (2001). RMT et théorie des situations didactiques. In L. Grugnetti & F. Jaquet (éds), *RMT : évolution des connaissances et évaluation des savoirs mathématiques : actes des journées d'études sur le Rallye mathématique transalpin, Siena 1999 - Neuchâtel 2000* (pp. 14-24). Siena : Università di Siena, Dipartimento di Matematica "Roberto Magari" ; Neuchâtel : IRDP

VERNEX, M. (2001). Analyse et utilisation en classe du problème DECORATION du 9e RMT. *Math-Ecole*, 198, 4-18

ANNEXE 1

Texte prévu pour la phase test du problème « CROISEMENTS »

L'expérimentatrice dit :

Bonjour.

Comme vous l'a annoncé votre maître, nous allons faire des maths ensemble.

Aujourd'hui, vous allez travailler seuls et la semaine prochaine, nous reparlerons de votre travail d'aujourd'hui.

Je suis très intéressée par les mathématiques et tout particulièrement sur la façon dont les enfants résolvent des problèmes mathématiques. Comme ce qui m'intéresse, c'est la façon dont vous vous y prenez pour résoudre des problèmes, je ne pourrai répondre à aucune question. Florence ne pourra pas répondre non plus. Vous devrez vous débrouiller sans nous. Vous devez encore savoir que vous ne serez pas évalué pour ce travail.

Alors voilà ce que j'attends de vous. J'ai préparé deux problèmes. Vous allez avoir 50 minutes pour trouver la solution du premier problème.

Vous allez travailler en groupe, je vous dirai plus tard comment seront composés ces groupes. Quand vous vous serez mis d'accord sur la solution, vous noterez la réponse sur cette feuille ***(l'expérimentatrice montre la feuille A 4).*** *Vous noterez également des explications claires montrant comment vous avez obtenu votre réponse. Quand vous aurez terminé ce travail, vous me rendrez les feuilles de réponse ainsi que toutes les feuilles de brouillon que vous aurez utilisées. Vous ne devez rien jeter, car pour moi tout est très utile. S'il reste du temps, alors je vous donnerai le deuxième problème.*

Comme matériel à disposition, vous avez tout ce qui se trouve dans la classe : ciseaux, colle, règle, des jetons, des multi - cubes, des compas, des livres, des feuilles, des crayons... (L'expérimentatrice doit avoir pris soin de regrouper le matériel et de mettre à disposition des feuilles carrelées 5 et 10 mm, des feuilles lignées, des feuilles blanches). J'ai également apporté quelques calculatrices.

Bien.
Maintenant, vous pouvez faire des groupes de 3. Mettez-vous avec des élèves avec qui vous savez que vous pouvez bien travailler afin d'éviter les disputes. Une fois les groupes composés, vous pouvez venir chercher les feuilles et commencer de travailler, Vous pouvez vous mettre où vous voulez dans la classe.

Je vous rappelle que ni Florence, ni moi ne pouvons répondre à vos questions. Vous devez absolument vous débrouiller seuls.

ANNEXE 2

Texte réellement dit lors de l'expérimentation du problème « CROISEMENTS »

Bonjour

<u>Bonjour</u>

Euh donc… Cet après-midi on va travailler, on va faire un petit peu de maths ensemble.
Et en fait vous allez résoudre un problème que je vous distribuerai plus tard
et la semaine prochaine on discutera de tout ce que vous avez fait aujourd'hui.
Mais aujourd'hui on n'aura rien le droit de vous dire.
Alors je suis très intéressée par les maths tout particulièrement sur la façon dont
Les
élèves résolvent les problèmes.
Comme ce qui m'intéresse
c'est la façon dont vous allez les résoudre ces problèmes.
Euh
C'est la raison pour laquelle ni Florence ni moi on ne pourra répondre à des questions
Que vous pourriez poser.
euh
Vous devez savoir encore que vous serez pas évalué pour ce travail. C'est-à-dire qu'il n'y aura pas d'annotation dans votre carnet par rapport à ce que vous allez faire aujourd'hui mais c'est pas parce que ça m'intéresse pas.
Puisque ça m'intéresse je reviendrai la semaine prochaine pour en parler avec vous. C'est quand même un travail qui est important. Pour moi en tout cas il est important

Alors voilà ce que j'attends. J'ai préparé deux problèmes …
et
vous allez avoir 50 minutes pour en résoudre un
Un seul
Si jamais vous avez fini je vous distribuerai l'autre.
Euh
Vous allez travailler en groupe.
Je vous dirai tout à l'heure comment seront fait les groupes
Vous allez devoir vous mettre d'accord sur une solution et cette solution vous l'écrirez sur une feuille que je vous distribuerai donc celle-là et en plus vous devrez expliquer comment vous avez fait pour trouver ce résultat. Vous devez rein jeter. Si jamais vous utilisez des des des papiers brouillons, vous me rendrez les papiers brouillons pour moi c'est vraiment très important.

Comme matériel à disposition vous tout ce qui se trouve dans la classe : il y a des jetons, il y a des multi - cubes, il y a des compas, les livres de math, des feuilles, des crayons, des jetons, de la colle, les règles, les ciseaux si vous avez besoin de matériel quelconque il faut venir nous demander. Je vous ai également apporté quelques calculatrices. Si vous en avez besoin vous pouvez aussi venir les chercher.

Alors maintenant vous pouvez faire des groupes de 3
Une fois que ces groupes de 3 sont finis
(bruits : les élèves font leurs groupes) vous pouvez venir chercher la feuille

ANNEXE 3

Protocole
de la reprise du problème « CROISEMENTS »
avec des élèves de 3 P d'une école romande

Contexte :	Classe de 3 P romande
Date :	25 janvier 2001
Expérimentatrice :	Michèle Vernex : M
Participants :	toute la classe de 3 P
Transcription :	Michèle Vernex

Déroulement : Un problème a été proposé à des élèves de 3e primaire d'une école de Suisse romande (le 18 janvier 2001). Les élèves se sont retrouvés dans les mêmes conditions que celles exigées par le règlement du RMT. Ils ont donc travaillé seul pendant 45 minutes, par groupe, sans aucune aide extérieure. L'expérimentatrice a analysé les résultats obtenus. La majorité des groupes n'étaient pas entrés dans le problème proposé. L'expérimentatrice a alors proposé une séquence didactique afin de reprendre le problème et de le résoudre. Cette séquence a été conduite et enregistrée (cf. protocole). Emplacement des divers groupes : les élèves de chaque groupe sont regroupés sur 1 pupitre.

Légende :
- l'expérimentatrice : M
- un élève : E
- XXX paroles incompréhensibles
- Personne parlant en même temps : [bla bla bla
- / arrêt
- // arrêt de 2 à 5 secondes
- /// arrêt de 5 à 10 secondes
- écriture en italique : ce qui se passe

1

Annexe 3

M bonjour

E [bonjour

M alors ce qu'on va faire aujourd'hui c'est / c'est qu'on va essayer de reprendre ce que vous avez fait la dernière fois avec moi / que vous avez eu beaucoup de peine à démarrer / alors je vous avais dit que j'avais inventé des problèmes ce que je ne vous avais pas dit c'est qu'ils spécialement prévu pour une troisième primaire / donc c'est des problèmes que vous allez pouvoir résoudre et en fait si je suis revenue maintenant et je reviendrai probablement encore une fois c'est parce que moi j'estime que vous êtes capable de faire et donc on va le résoudre ensemble / moi je suis têtue et je suis persuadée que ça va marcher / donc on va s'y remettre

E d'accord

M qui se souvient ce qu'on avait dû faire dans le problème qui s'appelait croisement

E XXX on devait s'aider et faire des croisements / à faire des croisements

M oui à faire des croisements comment / oui

E avec quatre euh avec quatre quatre quatre quatre petits bâtons X Y et avec 5 petits bâtons XXX

M par exemple oui /// (M prépare un tableau) alors vous avez effectivement quatre bâtons dans un sens (elle les dessine au tableau noir) quatre / cinq dans l'autre / donc ils faisaient des croisements et qu'est-ce qu'il devait faire David qu'est-ce qu'il avait fait plutôt / oui

E il devait faire XXX

M non avec ça (elle montre le tableau noir) ça nous donnait quoi donc il en a quatre dans un sens et cinq dans

E onze

E il y en avait deux de côté

M ah oui effectivement il y en avait deux de côté / (M dessine les 2 baguettes) alors là ça nous donne quoi par exemple // ouh ouh il va compter quoi

E XXX vingt

M oui donc là il a vingt croisements où est-ce qu'ils sont ces croisements tu peux nous les montrer

E là

M non ça ce n'est pas un croisement

E là

E moi je sais où c'est un croisement

M oui alors viennent montrer / qu'est-ce qu'on appelle un croisement //

E c'est ça

M d'accord / compte / on va voir si on en a vingt

E 1 2 3 4 5 6

M non tu l'as déjà compté celui là

E 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

M d'accord / on a bien vingt croisements (M écrit « 20 croisements » sous le dessin au tableau noir) // d'accord il a vingt croisements / jusque là qui a un petit problème qui n'a pas très bien compris / qui a compris / qui a compris moyen / qui n'a rien compris / alors Ana Raquel tu vas nous expliquer ce qu'on a fait jusque là

E on doit compter les croisements

M oui c'est à dire qu'on a pris des bâtons dans un sens et puis on en a mis dans l'autre sens / et puis on a compté les croisements / un croisement c'est quand deux droites elles se coupent / d'accord / donc on compte le nombre d'endroits où ils se croisent / tu peux les compter Ana Raquel pour voir si c'est juste

E (l'élève les compte) 20

M donc il y en a bien vingt / tu as compris maintenant

E oui

M donc on a des barres ou des crayons / on a des crayons dans un sens et des crayons dans l'autre sens et on compte les croisements / on a combien de croise / on a combien de barres à disposition / combien est-ce qu'il a de barre David

E 9

M vous vous souvenez

E 14

E 11

M ouais exact / en tout il en a onze / il y en a onze qui sont dessinées là maintenant //

E (les élèves comptent les barres dessinées au tableau noir) 9 / euh non

E il a les deux là
M il a les deux qu'il n'a pas utilisé d'accord / donc il a 11 baguettes ou 11 crayons // (M écrit 11 baguettes ou 11 crayons au tableau noir) à disposition chaque fois / est-ce que ça joue jusque là /
E oui
M ceux pour qui c'était moyen
E Anabel a levé la main
M Anabel elle a compris / elle a levé la main pour se rendre intéressante c'est pas la même chose // vous êtes d'accord avec ça
E oui
E XXX
M il y a 11 baguettes parce qu'il y 4 dans un sens / (M montre au tableau) là il y a une baguette 2 baguettes 3 baguettes 4 5 6 7 8 9 10 et 11 (les élèves comptent en même temps qu'elle) / d'accord / tout simplement il ne les a pas toutes utilisées / il a le droit de toutes les utiliser ou de ne pas toutes les utiliser / alors maintenant là il y a le petit problème / quelle était / qu'est-ce qu'on vous demandait de faire / jusque là ça c'est la donnée du problème / qu'est-ce qu'on vous demandait de faire ensuite / oui
E Eh ben il y avait un copain à David et puis il lui avait dit qu'il n'arrivait pas à faire 17 croisements
M d'accord /// (interruption par des élèves qui entrent dans la classe) / donc il ne peut pas faire 17 croisements et puis /
E XXX
M non ça on te le dit / il ne peut pas faire 17 croisements / il n'y arrive jamais / son copain il lui dit qu'on y arrive pas / et qu'est-ce qu'on vous demandait de faire
E d'essayer de faire les 17 quand même
M ah ben non puisqu'on n'y arrive pas
E ouais
M c'est pas possible on n'y arrive pas / c'est impossible de faire 17 croisements / son copain il lui a dit tu n'arriveras jamais à faire 17 croisements / il ne faut pas essayer de les faire puisqu'on sait qu'on y arrive pas / par contre qu'est-ce qu'on vous demandait de faire / oui
E XXX
M on ce n'était pas la question
E XXX
M non
E d'utiliser les deux barres
M non // on vous demandait de trouver les autres /
E croisements
M les autres nombres qu'on ne peut pas faire // (M écrit au tableau les nombres qu'on ne peut pas faire) / d'accord donc il ne fallait pas essayer de faire 17 puisque de toute façon on n'y arrivait pas / c'est impossible de faire 17 / jusque là vous êtes d'accord
E oui
M qui est comme ça (M fait le signe moyen) / d'accord / et on vous demandait de chercher les autres nombres qu'on ne peut pas faire / alors pour trouver les nombres qu'on ne peut pas faire qu'est-ce qu'il faut faire //
E faut rajouter les deux barres / les deux barres qui nous restent
M ouais / en l'occurrence il faut chercher quoi
E enlever aussi des barres
M enlever des barres / ajouter des barres etc / et qu'est-ce qu'on va faire en fait / on a vu qu'il pouvait faire 20 croisements et puis qu'est-ce qu'on va essayer de faire // qu'est-ce qu'on va essayer de faire
E ben les croisements qu'on ne peut pas faire
M oui mais pour faire les croisements qu'on ne peut pas faire qu'est-ce qu'il faut faire / il faut chercher quelque chose
E XXX avec les deux barres qui nous restent on n'arrive pas à les croiser
M tu n'arrives pas à les croiser non / on essaie de faire un petit peu / puisqu'on doit chercher les nombres qu'on ne peut pas faire / il faut donc chercher ceux qu'on peut faire / donc on a vu qu'on pouvait faire 20 croisements / à vous de voir les autres qu'on peut faire pour voir ceux qu'on ne peut pas faire / est-ce que c'est clair jusque là
E oui

M qui n’a pas compris / vous allez refaire les mêmes groupes que la dernière fois / je vous donne une feuille et vous essayez de résoudre le problème cette fois
(5 minutes)
M bien il y a un groupe qui est arrivé à faire 30 / ils ont fait 30 croisements / vous avez fait comment / vous avez mis comment / on y met comment / combien dans un sens combien dans l’autre
E 6 dans un sens et 5 dans l’autre
M (M dessine au tableau noir) 6 et puis 1 2 3 4 5 dans l’autre / là on arrive à 30 croisements
(20 minutes)
M s’il vous plait / j’aimerais que vous posiez vos crayons / ohé / on va faire la synthèse de ce qu’on a fait aujourd’hui / donc est arrivé à faire / David est arrivé à faire 20 croisements / nous on est arrivé à faire 30 croisements / qu’est-ce que vous avez comme autres résultats // (bruits) alors on est arrivé à faire 25 / oui
E 9
M oui
E nous on en a 3
M vas-y
E 28 / 24 et 18
M oui
E nous on a 25
M on a déjà 25
E ah oui / 4 6 et 8
M oui
E 1
M oui
E 12
M je m’excuse mais je n’entends rien de ce qui se dit / ohé / s’il vous plait
E 12 croisements / 18 et 16
M 18 on a déjà tu suis un petit peu / 16 / oui
E 3
M 3 croisements / oui
E 12
M 12 on l’a déjà
E 10
M 10 /est-ce que vous avez / je suis désolée / ohé // (M attend le silence)
E nous on en a encore //
M Anabel c’est sur toi que j’attends / on est en train de faire quoi là / tout le monde crie dans son coin / qu’est-ce qu’on est en train de faire /
E un problème
E des maths
M oui / on est en train de faire des maths je suis d’accord mais qu'est-ce que je suis en train d’écrire au tableau
E les possibilités
M les possibilités que vous avez déjà trouvées / vous regardez si vous avez déjà ces nombres là et vous me dites ceux que vous avez en plus
E 5
M oui / il y en a d’autres
E 20
M on l’a déjà
E 8 / 8 ah mais on l’a déjà
E 4
M 4 / non on ne l’a pas
E 10
E 2 croisements
M 2 croisements oui / est-ce qu’il y en a d’autres
E 10
M on l’a déjà // ok alors pour aujourd’hui on va s’arrêter là / qu’est-ce qu’il vous reste encore à faire / parce qu’on n'a pas encore tout à fait fini
E les boissons
M non / dans celui là / quel était le problème / qu’est-ce qu’on était en train de chercher

E tous les croisements qu’on ne pouvait pas faire

M nous on a mis là ceux qu’on pouvait faire / donc on va voir si on peut encore en faire d’autres / donc la prochaine fois il va falloir qu’on continue à en faire d’autres pour pouvoir voir ceux qu’on n'arrive jamais à faire / vous êtes d’un agité c’est incroyable // pou là là vous êtes tout le temps comme ça

E non

M et ben alors / cela dit ce matin j’ai trouvé que vous avez bien travaillé / je reviendrai encore une fois pour qu’on puisse terminer ce problème / vous allez trouver la solution / je sais que vous allez y arriver / vous me l’avez prouvé ce matin / vous êtes capable de faire ce problème / alors la dernière fois il y avait un petit problème de compréhension mais cette fois-ci c’est bon / alors vous mettez vos prénoms sur les feuilles et vous me les rendez

(2 minutes)

M pour terminer on va faire le comment ça va / vous dites bien si ça va bien / moyen si c’est moyen et mal / bien sûr vous avez le droit de dire pourquoi

… Bien pour tous sauf

E moyen parce que j’avais de la peine à trouver

M alors moi comme je vous l’ai dit je suis très contente du travail que vous avez fait et je reviendrai pour faire la fin / vous pouvez sortir à la récréation