

## 4. Compétences en mathématiques et enseignement des mathématiques

Cristina Carulla, Jean Moreau & Christian Nidegger

Dans de nombreux pays, il existe des dispositifs d'évaluation nationale des compétences des élèves à différents niveaux et selon différentes formes (Eurydice, 2009). En particulier au cours de ces dernières années, on a assisté au développement d'évaluation en termes de « standards » notamment aux USA, en Allemagne et en Suisse. Les standards nationaux suisses renommés compétences fondamentales nationales ont été développés peu après la publication des premiers résultats de la première enquête PISA réalisée en 2000. Pour le domaine des mathématiques, l'enquête PISA 2012, nous fournit des résultats selon différentes sous-échelles de contenu et de processus ainsi que sur les possibilités d'apprentissage auxquelles sont soumis les élèves. Ceci nous permet donc d'analyser les résultats selon ces différents aspects des mathématiques. Il nous apparaît important de situer ces résultats par rapport aux objectifs de ces compétences fondamentales nationales qui feront prochainement l'objet d'une première évaluation. Quelles similitudes et différences peuvent être établies entre le cadre théorique du dispositif PISA et celui des compétences fondamentales nationales? Quels sont leurs apports spécifiques? Quelles comparaisons sont possibles entre les compétences fondamentales nationales et les résultats de l'enquête PISA? Dans ce chapitre, nous comparerons d'abord les cadres théoriques de PISA et ceux qui soutiennent les compétences fondamentales nationales afin d'en dégager les principales ressemblances et différences. Ensuite, les résultats en mathématiques de PISA seront analysés en fonction des sous-échelles de contenus et des sous-échelles de processus. Ces deux types de sous-échelles permettent d'appréhender plus précisément les compétences des élèves en prenant en compte différents aspects qui peuvent caractériser les compétences des élèves en mathématiques. Il s'agira d'abord de prendre en compte l'effet des caractéristiques des élèves [genre, langue parlée à la maison, origine et niveau social et culturel] ou le type de filière fréquenté sur les résultats des élèves dans les différentes sous-échelles. Les effets seront également analysés en fonction des régions et des cantons. Dans les résultats présentés, on s'intéressera

également au lien entre les possibilités d'apprentissage offertes aux élèves, telles qu'elles sont perçues par les élèves eux-mêmes et les résultats au test PISA. Dans une dernière partie du chapitre, les résultats PISA seront discutés à la lumière du cadre conceptuel des compétences fondamentales nationales.

### Comparaison des cadres théoriques

Les Standards nationaux de formation, adoptés par l'Assemblée plénière de la CDIP le 16 juin 2011, sont construits à partir d'un modèle pluridimensionnel (CDIP, 2011) qui établit un ensemble de connaissances et compétences que pratiquement tous les élèves scolarisés en Suisse devraient atteindre à la fin des cycles 1, 2 et 3 de manière évolutive. Les buts à atteindre par rapport aux connaissances mathématiques sont organisés autour des *domaines de compétences*, changeant d'un cycle à l'autre, et des *aspects de compétences*. Les domaines sont les contenus organisant les connaissances mathématiques visées et les aspects, ce qu'il faudrait savoir faire avec les contenus. On observe des ressemblances entre les *aspects de compétences* et les *facultés mathématiques fondamentales* servant à décrire les divers niveaux de l'échelle globale de PISA ainsi que les sous-échelles de *processus* de PISA. Par contre, les *domaines de compétences* des standards sont d'une nature différente des sous-échelles de contenu de l'enquête PISA.

Selon la perspective adoptée par l'OCDE en 2012, on apprécie la qualité de l'enseignement des mathématiques d'un système éducatif par la plus ou moins grande appropriation des individus d'une culture mathématique. Les résultats, donnés en termes d'une échelle de niveaux de compétence, reflètent le développement de cette culture mathématique chez une population de jeunes en fin de scolarité obligatoire. La culture mathématique est considérée par l'OCDE comme l'aptitude des jeunes à se servir des mathématiques dans un éventail de contextes et pour décrire, expliquer et prévoir des phénomènes. Les items de l'enquête PISA sont construits autour des contextes

personnel, professionnel, social ou académique afin de donner l'opportunité aux élèves de montrer leur niveau de compétence mathématique (OCDE, 2013a, OCDE, 2013b).

L'OCDE définit sept *facultés mathématiques fondamentales* qui jouent un rôle central dans la définition des différents niveaux de l'échelle globale et des sous-échelles de *processus*. En effet, l'échelle globale a six niveaux et varie d'un niveau à l'autre selon ces sept facultés des élèves : mathématiser ; utiliser des raisonnements et arguments ; élaborer des stratégies ; se servir des représentations ; utiliser des opérations et un langage symbolique, formel et technique ; utiliser des outils mathématiques ; et communiquer (OCDE, 2013a). Parallèlement la culture mathématique est explicitée en termes des processus *formuler*, *employer* et *interpréter* comme « l'aptitude d'un individu à *formuler*, *employer* et *interpréter* des mathématiques dans un éventail de contextes » (OCDE, 2013a, p. 27). Chacun de ces processus est décrit à travers ces *facultés mathématiques fondamentales*.

Les dénominations des facultés s'approchent des dénominations des *aspects de compétence* structurant les standards suisses comme on peut le constater dans le tableau ci-dessous. Par contre, leur utilisation et définition sont de nature différente. Les standards de formation nationaux vont décrire les *aspects de compétence* en termes du contenu mathématique à enseigner et les utiliser pour décrire l'évolution des attentes à la fin des cycles. D'une autre manière, PISA va décrire les *facultés mathématiques fondamentales* pour donner du sens à l'échelle globale et à la sous-échelle de processus.

**Tableau 4.1 - Comparaison entre les aspects de compétence des standards de formation suisse (CDIP, 2011) et les facultés mathématiques fondamentales du cadre théorique de PISA 2012 (OCDE, 2013a)**

Aspects de compétence de standard de formation suisse	Facultés mathématiques fondamentales (cadre théorique PISA)
Savoir, reconnaître et décrire	-----
Appliquer des procédures et utiliser des techniques	Utilisation d'opérations et d'un langage symbolique, formel et technique
Utiliser des instruments et des outils	Utilisation d'outils mathématiques
Présenter et communiquer	Communication
Mathématiser et modéliser	Mathématisation
-----	Représentation
Argumenter et justifier	Raisonnement et argumentation
Interpréter et analyser des résultats	-----
Explorer et essayer	Élaboration de stratégies

Cependant, on peut établir des liens entre certaines caractéristiques des sous-échelles de *processus* et les *aspects de compétence*. Par exemple, le processus *formuler* des situations de façon mathématique inclut, entre autres, « identifier les structures et les variables mathématiques dans le problème tel qu’il se pose dans le monde réel » (OCDE, 2013). Ceci ressemble à l’*aspect de compétence mathématiser et modéliser* impliquant la traduction des situations de la vie courante et concrète en termes mathématiques. De même, le processus *employer* des concepts, des faits, des procédures et des raisonnements mathématiques et qui inclut entre autres « comprendre et utiliser des *constructs* formels sur la base de définitions, de règles et de systèmes formels » (OCDE, 2013) ressemble à l’*aspect de compétence* « appliquer des procédures et utiliser des techniques ».

Un autre ensemble de sous-échelles permet d’apprécier la culture mathématique des élèves. Pour cela, l’enquête PISA organise ses items selon quatre catégories de contenus mathématiques – *les variations et les relations*;

*l’espace et les formes*; *la quantité*; et *l’incertitude et les données* –. Elles sont constituées à partir de ce que les concepts mathématiques représentent du fonctionnement du monde. Par exemple, la catégorie *Quantité* met l’accent sur « [...] la quantification d’attributs d’objets, de relations, de situations et d’entités dans le monde, la compréhension de diverses représentations de ces quantifications, et l’évaluation d’interprétations et d’arguments fondés sur la quantité » (OCDE, 2013a, p 38).

Par contre, les *domaines de compétence* des standards de formation suisse s’organisent à partir d’un ensemble de connaissances et capacités (ex. pour le cycle 3 elles s’organisent à partir de *Nombres, opérations et algèbre*; *Espace*; *Grandeurs et mesures*; *Fonctions*; et *Analyse de données et probabilités*). Ces connaissances et capacités sont organisées par les huit aspects de compétences identifiés plus haut. A titre d’exemple, le tableau ci-dessous compare quelques domaines de compétences des compétences fondamentales suisses avec la sous-échelle de contenu quantité de PISA.

**Tableau 4.2 - Comparaison entre les domaines de compétences «Grandeurs et mesures» et «Nombres, opérations et algèbre» des Standards suisses et le domaine de contenu «Quantité» du cadre théorique PISA**

Standards suisses; Compétences fondamentales pour les mathématiques (CDIP, 2011)	Sous-échelle de contenu (OCDE, 2013a)
<p>Grandeurs et mesures</p> <p>Il est attendu que les élèves connaissent les grandeurs usuelles [longueur, aire, volume, etc.] et leurs unités de mesure et leurs symboles usuels officiels [m, cm, m<sup>2</sup>, m<sup>3</sup>, etc.], que les élèves soient capables d’appliquer des procédures et d’utiliser des techniques comme estimer et calculer des longueurs, des périmètres, des aires et des volumes, d’utiliser des instruments et des outils pour mesurer [rapporteur, balance, etc.], de communiquer, et de traduire en langage mathématique des situations de la vie courante comme l’aire d’une chambre, la vitesse d’une automobile, etc.</p>	<p>Quantité</p> <p>Pour appréhender la quantification, il faut comprendre le mesurage, le comptage, la magnitude, les unités, les indicateurs, la taille relative, les tendances numériques et les régularités.</p> <p>Certains aspects du raisonnement quantitatif sont l’essence même de la culture mathématique dans la catégorie Quantité: le sens des nombres, les représentations multiples des nombres, l’élégance des calculs, le calcul mental, les estimations et l’évaluation de la plausibilité des résultats.</p>
<p>Nombres, opérations et algèbre</p> <p>Il est attendu que les élèves comprennent et utilisent des termes algébriques ou arithmétiques, soient capables d’estimer et d’arrondir des résultats, d’utiliser une feuille électronique, d’explicitier des démarches de résolution, de traduire des problèmes de la vie courante et des situations mathématiques en langage arithmétique et algébrique, de justifier des affirmations ou des démarches de résolution.</p>	

On constate que les domaines de compétences *Nombres, opérations et algèbre* et *Grandeurs et mesures* du standard de formation suisse décrivent ce que les élèves doivent connaître et les capacités à développer; par contre, la catégorie *Quantité* de l’enquête PISA 2012 décrit l’activité de la quantification et ce qui est nécessaire pour exercer cette activité. Ainsi, on peut s’attendre à ce que les connaissances et les capacités des élèves en nombres, opérations, algèbre, grandeurs et mesures exigées dans l’espace de formation suisse servent à appréhender la quantification dans les termes établis par PISA.

## Contenus et processus d’enseignements et caractéristiques des élèves

Comme on l’a vu précédemment, les données PISA permettent de cerner deux sous-ensembles de compétences en mathématiques: les aspects de contenus et les aspects de processus. Il est possible d’observer pour ces sous-ensembles de compétences des différences en fonction des caractéristiques de la population testée et des différences liées à la fréquentation de l’un ou l’autre de nos systèmes scolaires.

Nous cherchons à comparer l'incidence des caractéristiques individuelles des élèves de 11e année sur leurs compétences en mathématiques par contenu et par processus. Les caractéristiques individuelles retenues ici sont le genre de l'élève, le niveau socioculturel de la famille, l'origine de l'élève et ses habitudes linguistiques (langue parlée à la maison). Pour distinguer les niveaux socioculturels des familles, les élèves ont été répartis en quatre catégories représentant chacune un quart des élèves, du niveau socioculturel le plus faible au niveau le plus élevé. On opposera également les élèves nés en Suisse aux autres élèves. Nous avons également tenu compte de l'appartenance ou non des élèves à une filière pré-gymnasiale. Nous pouvons ainsi estimer l'influence spécifique de ces différentes caractéristiques indépendamment de la filière suivie

Le tableau 4.3 présente les résultats des modèles de régression multiple mettant en relation chacune des sous-échelles de mathématiques avec les caractéristiques des élèves.

On constate que les caractéristiques des élèves et du type de filière ont une influence moyenne importante sur les scores des élèves, elles permettent d'expliquer de 25% à 31% de la variance des scores sur les sous-échelles de mathématiques. La catégorie de contenu *incertitude et données*<sup>1</sup> apparaît comme la plus liée aux caractéristiques des élèves.

On constate (tableau 4.3) que la fréquentation d'une filière pré-gymnasiale est la caractéristique ayant l'influence la plus importante sur les performances pour toutes les sous-échelles de mathématiques. Le niveau socioéconomique et l'origine migratoire de l'élève ont également une influence importante sur les performances qui surpasse celle des habitudes linguistiques. Le genre joue aussi un rôle dans l'acquisition des compétences en mathématiques. On constate que son impact est plus important pour la catégorie de contenu *espace et forme*<sup>2</sup> (se distingue significativement de *quantité*<sup>3</sup>) et pour le processus *formuler*<sup>4</sup> (se distingue significativement du processus *interpréter*<sup>5</sup>). Ainsi, sur la sous-échelle *espace et forme*, les filles obtiennent en moyenne un résultat inférieur de 26 points.

1 Pour PISA 2012, dans la catégorie de contenus *Incertain et données*, « il s'agit de reconnaître la place de la variation dans les processus, de comprendre l'ampleur de cette variation, d'admettre la notion d'incertitude et d'erreur dans le mesurage, et de connaître le concept de chance. Il faut également formuler, interpréter et évaluer des conclusions dans des situations où règne l'incertitude. La présentation et l'interprétation des données sont essentielles dans cette catégorie (Moore, 1997) » (OCDE, 2013a, p. 38).

2 Pour PISA 2012, *Espace et formes* « englobe un large éventail de phénomènes omniprésents dans notre environnement visuel et physique: les régularités, les propriétés des objets, les positions et les orientations, les représentations d'objets, l'encodage et le décodage d'informations visuelles, la navigation et les interactions dynamiques avec des formes réelles ainsi qu'avec leur représentation » (OCDE, 2013a, p. 37).

3 Pour PISA 2012, dans la catégorie *Quantité*, « la culture mathématique consiste à utiliser des connaissances relatives aux nombres et aux opérations avec des nombres dans un large éventail de contextes » (OCDE, 2013a, p. 38).

4 Pour PISA 2012, dans la culture mathématique, « le verbe *formuler* renvoie à la capacité des individus d'identifier et de reconnaître des possibilités d'utiliser les mathématiques dans le contexte d'un problème, puis de structurer sous forme mathématique un problème présenté jusqu'à un certain point sous une forme contextualisée » (OCDE, 2013a, p. 30).

5 Pour PISA 2012, dans la culture mathématique, « le verbe *interpréter* renvoie à la capacité des individus de réfléchir à des solutions, des résultats ou des conclusions mathématiques, et de les interpréter dans le cadre de problèmes tirés du monde réel » (OCDE, 2013a, p.32).

Tableau 4.3 - Relation entre les caractéristiques des élèves et les performances sur les différentes sous-échelles de mathématiques (contenus et processus)

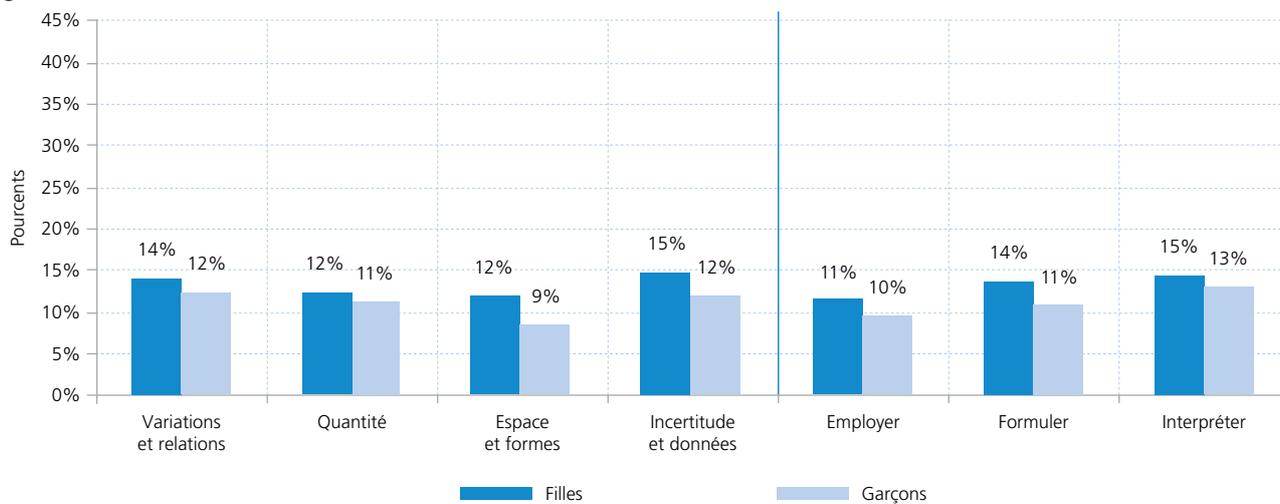
	Sous-échelles de contenu (en points)				Sous-échelles de processus (en points)			Échelle globale de mathématiques (SE)
	Variations et relations (SE)	Quantité (SE)	Espace et formes (SE)	Incertitude et données (SE)	Employer (SE)	Formuler (SE)	Interpréter (SE)	
Faible statut socioculturel (quartile inférieur)	-14 (2.6)	-14 (2.3)	-13 (2.4)	-16 (2.5)	-13 (2.3)	-16 (2.7)	-17 (3.0)	-15 (2.4)
Statut socioculturel élevé (quartile supérieur)	21 (2.7)	18 (2.4)	21 (3.0)	23 (2.8)	18 (2.3)	23 (2.7)	22 (2.7)	20 (2.3)
Fille	-19 (1.9)	-17 (2.1)	-26 (1.9)	-21 (1.7)	-18 (2.1)	-27 (2.4)	-18 (2.3)	-21 (1.7)
Fréquente une filière pré-gymnasiale	82 (2.9)	75 (3.2)	77 (3.9)	75 (2.9)	75 (2.6)	80 (3.0)	79 (3.1)	77 (2.5)
Parle une autre langue à la maison	-11 (3.5)	-19 (3.4)	-13 (3.6)	-17 (3.2)	-12 (2.7)	-18 (3.4)	-18 (3.2)	-14 (3.1)
Pas né en Suisse	-36 (2.7)	-35 (2.2)	-37 (2.8)	-38 (2.3)	-32 (2.3)	-42 (2.8)	-40 (2.5)	-37 (2.4)

**Remarques:** Le nombre de points montre l'importance d'une caractéristique individuelle lorsque les autres caractéristiques restent constantes. L'analyse a été réalisée au moyen d'une régression multiple.

Il est aussi intéressant d'observer que ces caractéristiques n'ont pas seulement un effet global sur le niveau des aspects de compétences pris en compte par les sous-échelles de contenu et les sous-échelles de processus. On peut également s'interroger sur la composition du groupe des élèves à risque (élèves des niveaux faibles) et du groupe des élèves particulièrement performants (élèves des niveaux forts). Ainsi, on a observé la répartition pour différentes catégories, d'élèves (filles et garçons, élèves de familles défavorisées ou favorisées, élèves nés en Suisse ou élèves parlant une autre langue à la maison) de la proportion d'élèves de niveaux faibles ou forts. Ceci peut nous donner des indications afin de cibler des actions en faveur de ces deux groupes d'élèves.

On remarque, qu'en moyenne, le pourcentage de niveaux faibles pour les filles est un peu plus élevé que pour les garçons bien que cet écart soit faible. En ce qui concerne les sous-échelles de processus les différences sont également faibles (cf. graphique 4.1). Par ailleurs, pour le niveau socioculturel, son effet sur la proportion des élèves faibles ou forts est plus marqué. Le fait d'être d'un niveau socioculturel faible augmente le risque d'être dans le groupe des élèves faibles et diminue la chance d'être dans le groupe des élèves forts. Les différences entre les sous-échelles de contenus ou de processus ne sont pas très importantes. Les différences sont plus faibles à nouveau pour la sous-échelle de contenu *espace et forme* aussi bien pour les élèves forts et faibles. Pour la langue parlée à la maison et l'origine de l'élève, on peut faire le même type de constat que pour le niveau socioculturel.

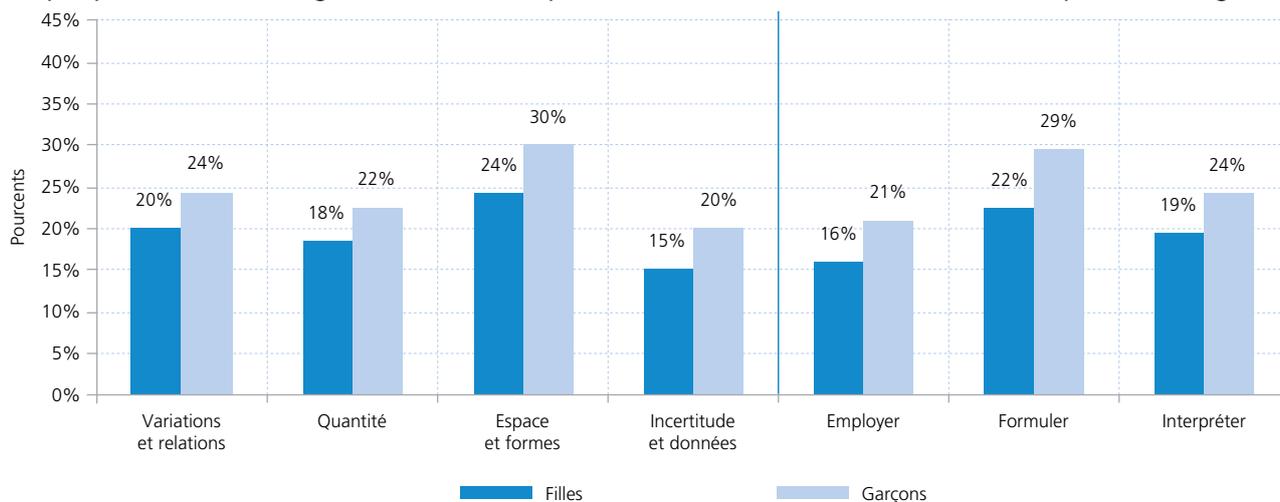
Graphique 4.1 - Pourcentage de niveaux faibles pour les différentes sous-échelles de mathématiques selon le genre



© SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch

Source: OCDE - SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch - PISA base de données 2012

Graphique 4.2 - Pourcentage de niveaux forts pour les différentes échelles de mathématiques selon le genre



© SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch

Source: OCDE - SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch - PISA base de données 2012

## Contenus et processus d'enseignements et contexte scolaire

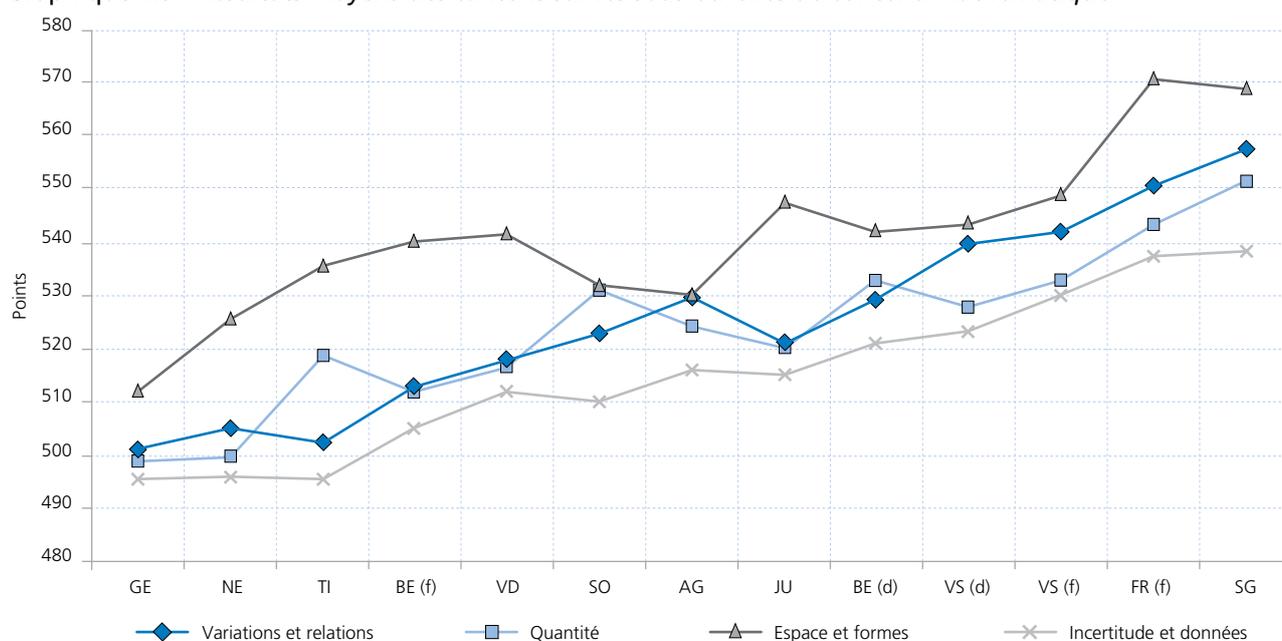
Les sous-échelles de contenus et de processus cernent différents aspects de compétences et de connaissances que les élèves sont capables de mettre en œuvre. L'école est très certainement le lieu privilégié où s'acquiert les connaissances nécessaires au développement de ces compétences. Les contextes scolaires auxquels sont soumis les élèves peuvent varier fortement en termes de choix de programmes, de méthodes d'enseignement, de conditions matérielles, etc. On peut donc faire l'hypothèse que les choix qui sont effectués quant aux enseignements dispensés aux élèves ont un impact sur le niveau des élèves à ces différents aspects de compétences. Cette comparaison peut se faire entre pays, c'est ce qu'on peut observer dans les comparaisons internationales. Mais elle peut se faire aussi à travers l'étude de comparaisons régionales ou cantonales à l'intérieur de la Suisse. En effet, actuellement les programmes d'enseignement sont encore largement du domaine cantonal. Le degré de coordination au sein des régions notamment au niveau de la définition d'un plan d'études régional se situe à des niveaux d'avancement différents. La mise en place de l'évaluation des compétences nationales fondamentales est en cours. L'observation des différences régionales et cantonales des résultats de l'enquête PISA 2012 pourrait nous donner des indications quant aux éventuelles diffé-

rences d'accents mises sur les différents contenus d'enseignement ou processus mis en œuvre dans les écoles avant que les dispositifs d'évaluation des compétences nationales de base soient mis en place.

Les performances des élèves sur les différentes sous-échelles de mathématiques sont analysées tout d'abord en termes de scores moyens pour les différents cantons participant à l'enquête, puis en termes de pourcentage d'élèves de niveaux faibles et de niveaux forts pour les différentes régions linguistiques.

Le graphique 4.3 ci-dessous présente les résultats moyens des cantons pour les sous-échelles de contenu. Les cantons sont ordonnés en fonction de leur réussite à l'échelle globale des mathématiques. Dans tous les cantons, la sous-échelle de contenu *incertitude et données* est la moins bien réussie. La sous-échelle *Espace et formes* est la mieux réussie dans la plupart des cantons. On observera pour cette sous-échelle des différences entre les régions. En Suisse romande et en Suisse italienne, cette échelle est en général nettement mieux réussie que les autres sous-échelles de contenus. En Suisse alémanique, les différences sont nulles ou peu importantes entre cette sous-échelle et les autres sous-échelles.

Graphique 4.3 - Résultats moyens des cantons sur les sous-échelles de contenu mathématique



Remarque: Les cantons sont classés dans l'ordre croissant du score moyen sur l'échelle globale des mathématiques.

Le graphique 4.4 suivant présente les performances moyennes des cantons aux sous-échelles de processus. Dans l'ensemble on trouve peu de différences entre les deux sous-échelles employer et interpréter. En ce qui concerne la sous-échelle *formuler*, on constate que cette sous-échelle est mieux réussie dans une majorité de cantons qui ont participé à l'enquête.

On observe cependant que pour le Valais une configuration différente entre les parties francophones et allemandes du canton avec une inversion de la position de

la réussite à la sous-échelle formulée qui est moins bien réussie que les deux autres sous-échelles dans la partie francophone du canton. C'est d'ailleurs la seule entité de l'ensemble des cantons où la réussite à cette sous-échelle est inférieure aux deux autres sous-échelles. Le canton de Saint-Gall se caractérise par des écarts particulièrement importants entre les trois sous-échelles.

Graphique 4.4 - Résultats moyens des cantons sur les sous-échelles de processus mathématique



**Remarque:** Les cantons sont classés dans l'ordre croissant du score moyen sur l'échelle globale des mathématiques.

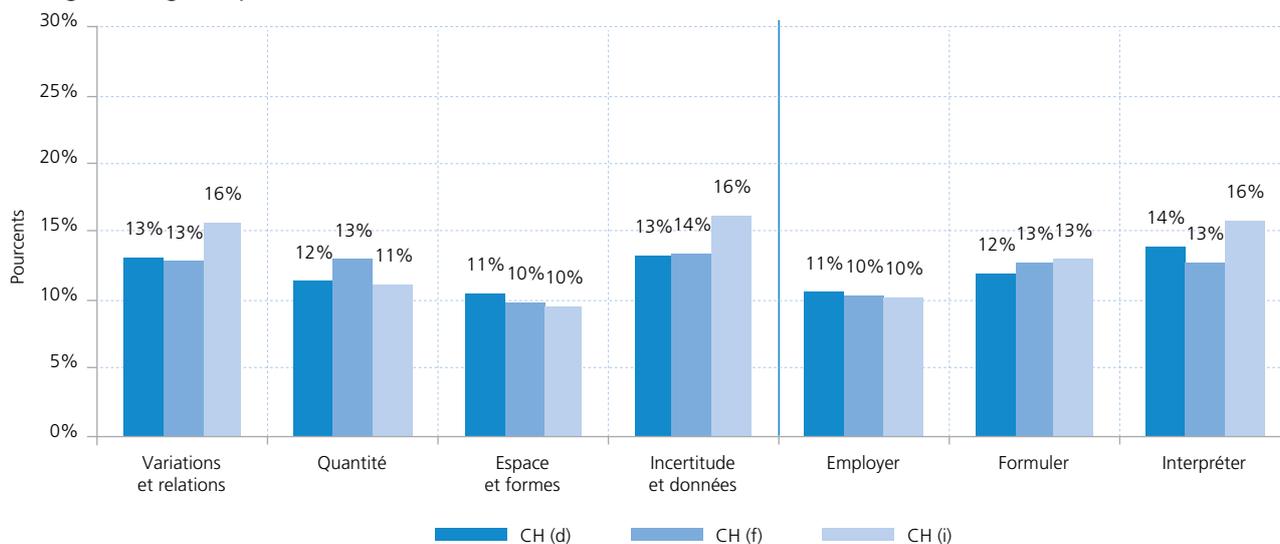
© SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch

Source: OCDE - SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch - PISA base de données 2012

Les graphiques suivants nous indiquent la proportion des élèves faibles ou forts pour les différentes sous-échelles de contenu et de processus en fonction des régions linguistiques. On constate une proportion un peu plus importante d'élèves faibles en Suisse italienne pour les sous-échelles de contenus *variations et relations* et *incertitude et données* ainsi que pour la sous-échelle de processus *interpréter*. Par ailleurs, sans surprise la sous-échelle de contenu *espace et formes* est celle où la proportion des élèves faibles est la moindre. En effet, cette sous-échelle est celle qui est le mieux réussie dans l'ensemble de la Suisse. En ce qui concerne les élèves forts, on trouve une plus grande distinction entre les régions linguistiques

avec une plus grande proportion d'élèves forts en Suisse alémanique dans l'ensemble des sous-échelles de contenu et de processus. La Suisse italienne a une proportion plus faible d'élèves forts et la Suisse romande se situe entre les deux autres régions. A nouveau, ces proportions d'élèves forts sont plus élevées pour l'ensemble des régions pour la sous-échelle de contenu *espace et formes* et confirme ainsi que cette sous-échelle est bien la mieux réussie des sous-échelles de contenus aussi bien au niveau national qu'au niveau régional.

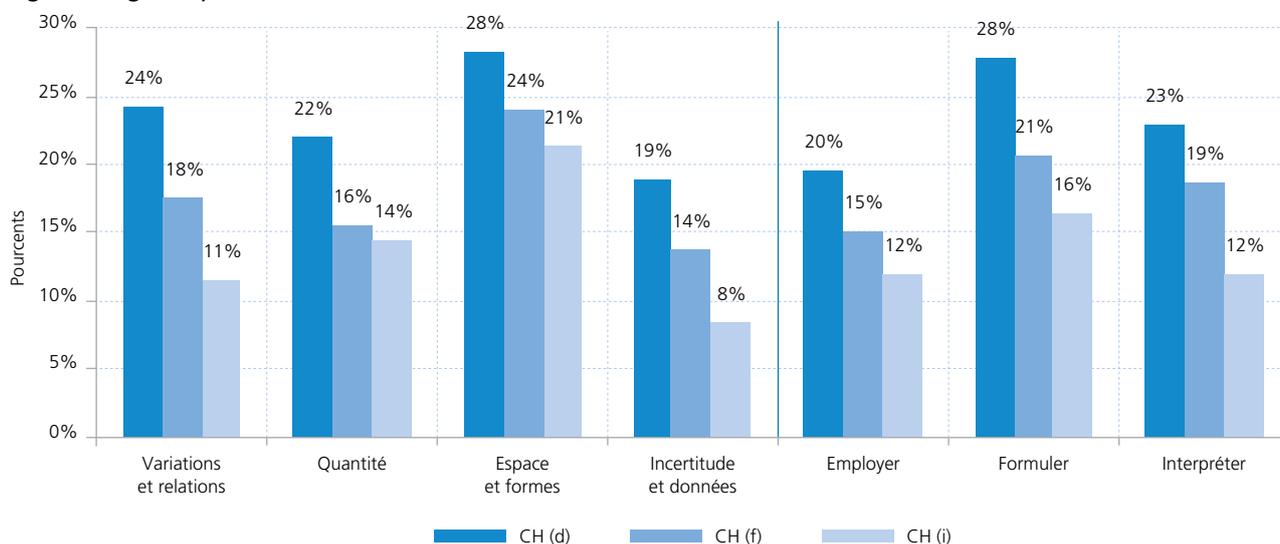
Graphique 4.5 - Pourcentage de niveaux faibles pour les différentes sous-échelles de mathématiques selon les régions linguistiques



© SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch

Source: OCDE - SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch - PISA base de données 2012

Graphique 4.6. - Pourcentage de niveaux forts pour les différentes sous-échelles de mathématiques selon les régions linguistiques



© SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch

Source: OCDE - SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch - PISA base de données 2012

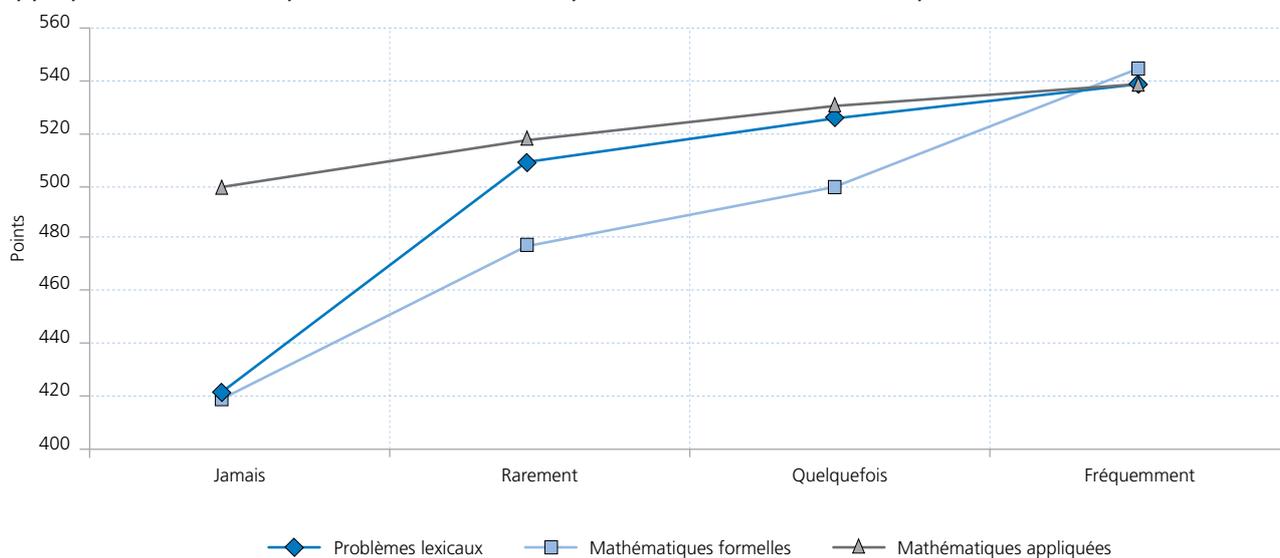
## Possibilités d'apprentissage

Dans les sections précédentes du chapitre, on a essayé de déterminer si les compétences des élèves se distinguaient en fonction des aspects de compétences testés à partir des résultats des élèves. On peut également chercher à cerner si certaines situations d'apprentissage pourraient avoir un impact sur les compétences des élèves. Ainsi, les données recueillies par PISA permettent d'apprécier différentes possibilités d'apprentissage auxquelles étaient soumis les élèves. Ces informations ont été saisies à travers les réponses des élèves au questionnaire. Trois possibilités sont envisagées : l'exposition à des problèmes lexicaux (pour résoudre des problèmes de mathématiques), l'exposition aux mathématiques appliquées et l'exposition aux mathématiques formelles (cf. OCDE, 2013b, p. 149).

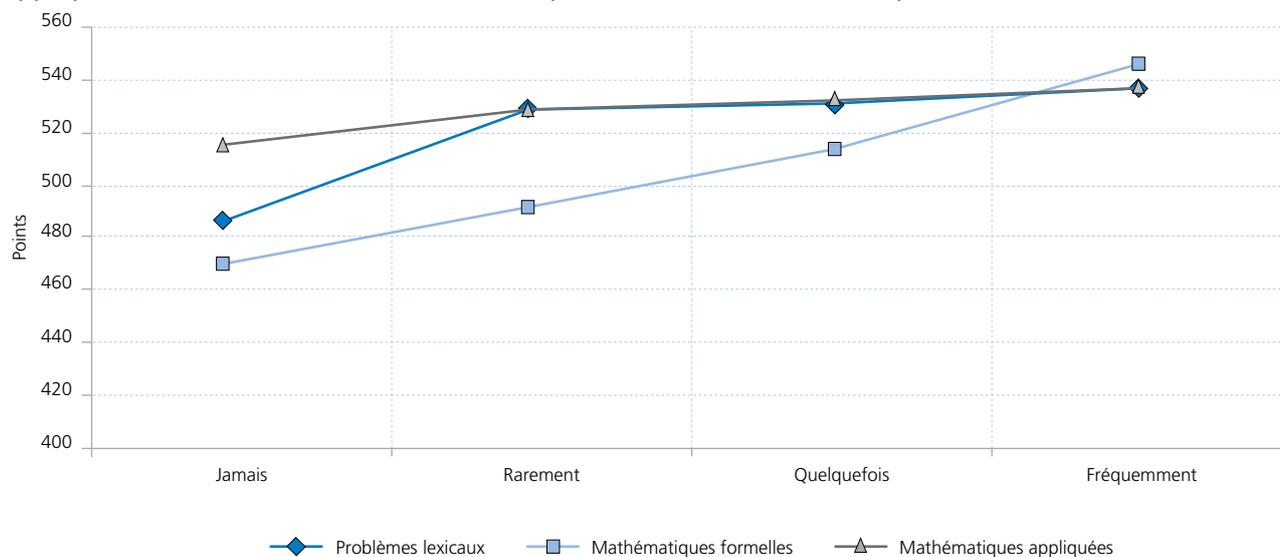
Nous cherchons à déterminer dans quelle mesure l'exposition des élèves à différents types de tâches a pu être déterminante dans l'acquisition des compétences en mathématiques pour certains élèves et dans certains contextes scolaires particuliers. Nous analysons donc les relations entre les caractéristiques des élèves, les possibilités d'apprentissage, les contextes scolaires régionaux et cantonaux et les performances.

Les graphiques suivants montrent la performance en mathématiques en fonction de la fréquence à laquelle les élèves estiment avoir été soumis à ces trois ensembles de situations. Deux cas de figure sont envisagés : pendant les cours ou lors des évaluations. On constate que la performance des élèves est nettement plus faible lorsque les questions portant sur les mathématiques formelles ou les problèmes lexicaux ne sont jamais ou rarement abordées en classe. La situation est différente lors des évaluations où l'on trouve peu de différence entre les trois ensembles de possibilités d'apprentissage envisagées. On peut ainsi se demander si le fait que l'on trouve peu de différence de performances aux évaluations en fonction de la fréquence d'exposition aux différentes possibilités d'apprentissage pourrait provenir de la faible présence de problèmes lexicaux dans les évaluations.

**Graphique 4.7 - Relation entre l'exposition des élèves aux problèmes lexicaux, aux mathématiques appliquées et formelles pendant les cours et les performances en mathématiques**



Graphique 4.8 - Relation entre l'exposition des élèves aux problèmes lexicaux, aux mathématiques appliquées et formelles aux évaluations et les performances en mathématiques



© SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch

Source: OCDE - SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch - PISA base de données 2012

## Possibilités d'apprentissage, performances et caractéristiques des élèves

On peut penser que les élèves ont été soumis à des possibilités d'apprentissage différentes selon le contexte scolaire. Pour investiguer cet aspect, il a été demandé aux élèves s'ils avaient rencontré certains types de problèmes au cours de leur scolarité (pendant le cours ou au moment des évaluations). Certaines de ces tâches se rapportent aux mathématiques formelles (la résolution d'une équation par exemple). D'autres nécessitent l'utilisation de mathématiques dans des situations de la vie courante. Les indices que l'on peut construire à partir des réponses à ces questions permettent de situer le degré d'exposition des élèves à ces types de tâches<sup>6</sup>.

On cherche à savoir si ces possibilités d'apprentissage ont été déterminantes dans l'acquisition des compétences en mathématiques et plus particulièrement pour certaines catégories de contenu ou certains processus. Comme nous l'avons montré (tableau 4.3), l'appartenance des élèves à une filière pré-gymnasiale a une forte relation avec les performances. On sait également que les élèves d'une filière pré-gymnasiale sont les plus exposés aux mathématiques formelles. Nous avons donc tenu compte de cette information pour analyser l'impact sur les performances

des possibilités d'apprentissage. Les indices d'exposition aux mathématiques formelles et aux mathématiques appliquées ont été inclus dans les analyses de régression par leur premier quartile. Les résultats des régressions (tableau 4.4) présentent pour chaque sous-échelle de mathématiques les écarts moyens de performance pour les élèves peu exposés aux mathématiques formelles ou aux mathématiques appliquées (toute chose égale par ailleurs). La prise en compte, outre les caractéristiques personnelles, des possibilités d'apprentissage des élèves au cours de la scolarité permet un meilleur degré d'explication des performances en mathématiques. On constate que la relation entre une exposition aux mathématiques appliquées et les performances en mathématiques est faible. Par contre l'impact de l'exposition aux mathématiques formelles est très important pour toutes les catégories de contenus et tous les processus. Il est intéressant de remarquer que cette influence dépasse celle de toutes les caractéristiques individuelles, à l'exception de la filière scolaire et le statut migratoire.

6 L'échelle de ces indices attribue à la moyenne de l'OCDE une valeur de 0 et détermine que deux tiers des valeurs se situent entre -1 et 1 (écart type de 1) et environ 95% des valeurs entre -2 et 2.

Tableau 4.4 - Relation entre les caractéristiques des élèves, les possibilités d'apprentissage et les performances sur les différentes sous-échelles de mathématiques (contenus et processus)

	Sous-échelles de contenu (en points)				Sous-échelles de processus (en points)			Échelle globale de mathématiques (SE)
	Variations et relations (SE)	Quantité (SE)	Espace et formes (SE)	Incertitude et données (SE)	Employer (SE)	Formuler (SE)	Interpréter (SE)	
Faible statut socioculturel (quartile inférieur)	-14 (3.3)	-13 (2.8)	-14 (3.0)	-15 (3.0)	-14 (2.9)	-15 (3.5)	-16 (3.4)	-14 (2.6)
Statut socioculturel élevé (quartile supérieur)	19 (3.6)	15 (3.4)	17 (3.6)	21 (3.2)	16 (3.1)	21 (3.8)	22 (3.6)	18 (2.9)
Mathématiques appliquées	-9 (3.5)	-7 (3.2)	-9 (3.1)	-9 (2.9)	-6 (2.8)	-7 (3.8)	-14 (3.0)	-8 (2.9)
Mathématiques formelles	-43 (3.0)	-42 (2.7)	-38 (3.2)	-36 (2.9)	-40 (2.8)	-38 (3.2)	-42 (3.2)	-39 (2.8)
Fille	-22 (2.5)	-20 (2.7)	-28 (2.6)	-25 (2.4)	-21 (2.7)	-29 (3.4)	-22 (2.8)	-24 (2.3)
Fréquente une filière pré-gymnasiale	77 (3.5)	71 (3.4)	74 (4.2)	70 (3.5)	70 (3.2)	75 (3.5)	73 (3.6)	72 (3.0)
Parle une autre langue à la maison	-7 (3.5)	-16 (3.9)	-8 (4.1)	-14 (3.8)	-9 (3.1)	-15 (3.6)	-15 (3.9)	-11 (3.3)
Pas né en Suisse	-39 (3.2)	-38 (2.7)	-40 (3.4)	-41 (3.0)	-33 (3.1)	-45 (3.7)	-42 (3.1)	-40 (2.8)

**Remarques:** Le nombre de points montre l'importance d'une caractéristique individuelle lorsque les autres caractéristiques restent constantes. L'analyse a été réalisée au moyen d'une régression multiple.

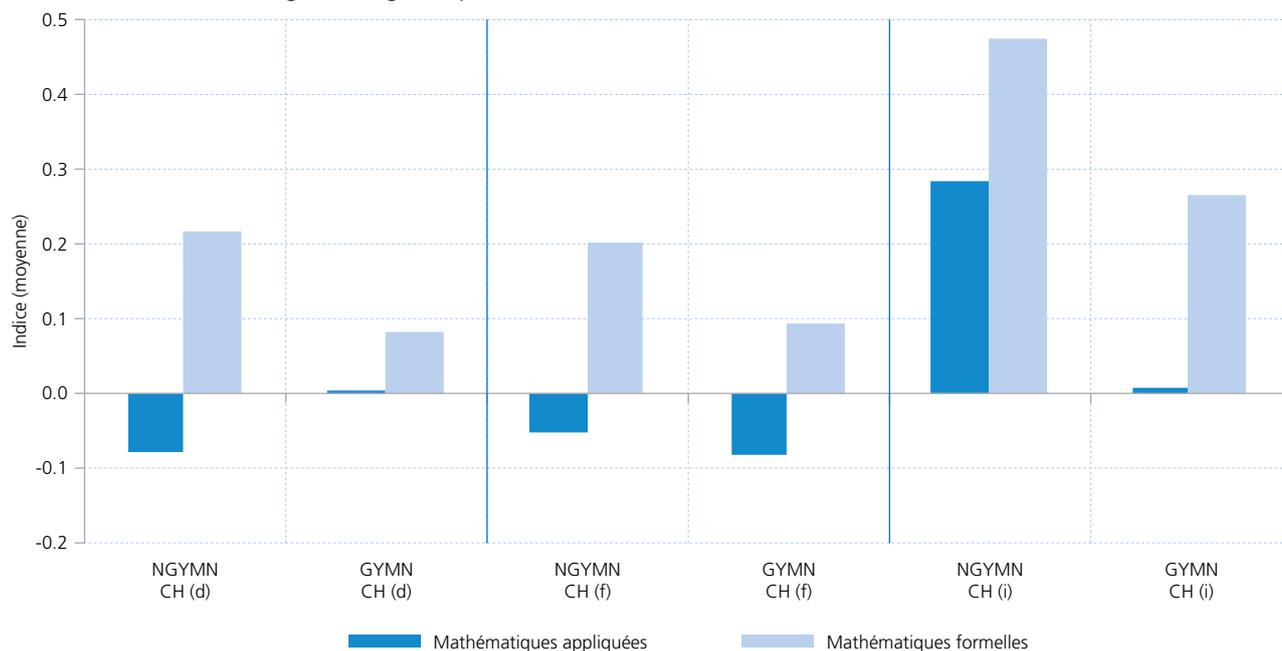
Lorsque l'on compare la différence d'exposition aux mathématiques formelles ou aux mathématiques appliquées entre les filières pré-gymnasiales et les filières non-pré-gymnasiales on constate globalement que les élèves des filières pré-gymnasiales s'estiment plus soumis à des mathématiques formelles que les élèves des autres filières.

En outre, lorsque l'on observe les différences d'exposition des élèves aux possibilités d'apprentissage (mathématiques appliquées et mathématiques formelles) en fonction des caractéristiques des élèves, on constate par exemple que les filles sont toujours en moyenne plus exposées aux mathématiques formelles (graphique 4.9). Quelle que soit la filière ou la région, les filles s'estiment plus exposées aux mathématiques formelles que les garçons alors que dans la représentation habituelle, c'est dans les filières pré-gymnasiales que l'on favoriserait l'enseignement des

mathématiques formelles. On peut se demander si dans cette situation, les filles ont une perception différente de la fréquence de l'exposition aux mathématiques formelles telles qu'elles sont définies dans PISA.

On remarque également des différences d'exposition aux deux possibilités d'apprentissage selon le niveau socio-économique culturel et social des élèves (graphique 4.10). Dans les trois régions linguistiques, les élèves des niveaux socio-économiques les plus élevés sont plus souvent exposés aux *mathématiques formelles* et ceci dans les trois régions linguistiques. Cette différence est similaire en Suisse alémanique et en Suisse romande. Elle est plus élevée en Suisse italienne. La différence d'exposition est beaucoup plus faible pour les *mathématiques appliquées*. Les différences entre les régions linguistiques sont également peu marquées.

Graphique 4.9 - Différence selon le genre (F-G) pour les indices d'exposition aux mathématiques appliquées et formelles selon les régions linguistiques

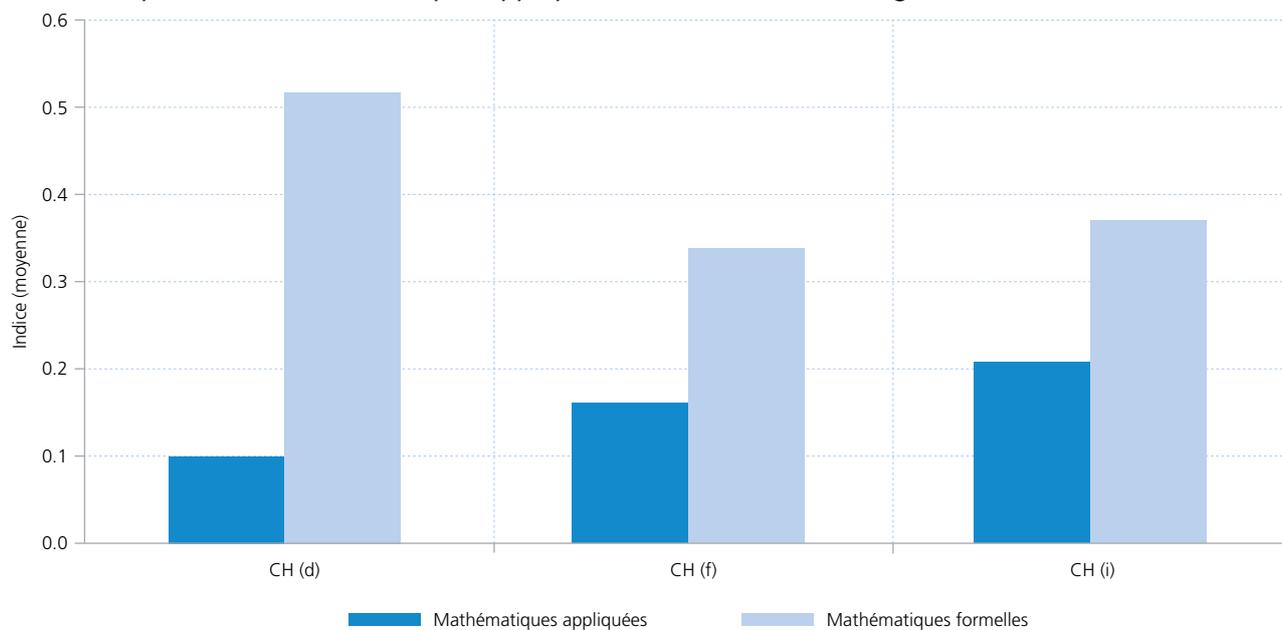


**Remarques:** GYMN: filière pré-gymnasiale; NGYMN: autres filières que pré-gymnasiale.  
Une valeur positive indique que les filles disent être plus exposées que les garçons et une valeur négative indique que les garçons disent être plus exposés que les filles.

© SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch

Source: OCDE - SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch - PISA base de données 2012

Graphique 4.10 - Différence selon le niveau socioculturel (dernier quartile et premier quartile) pour les indices d'exposition aux mathématiques appliquées et formelles selon la région



**Remarque:** Une valeur positive indique que les élèves favorisés (dernier quartile) disent être plus exposés que les élèves défavorisés (premier quartile) et une valeur négative indique que les élèves défavorisés disent être plus exposés que les élèves favorisés.

© SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch

Source: OCDE - SEFRI/CDIP, Consortium PISA.ch - PISA base de données 2012

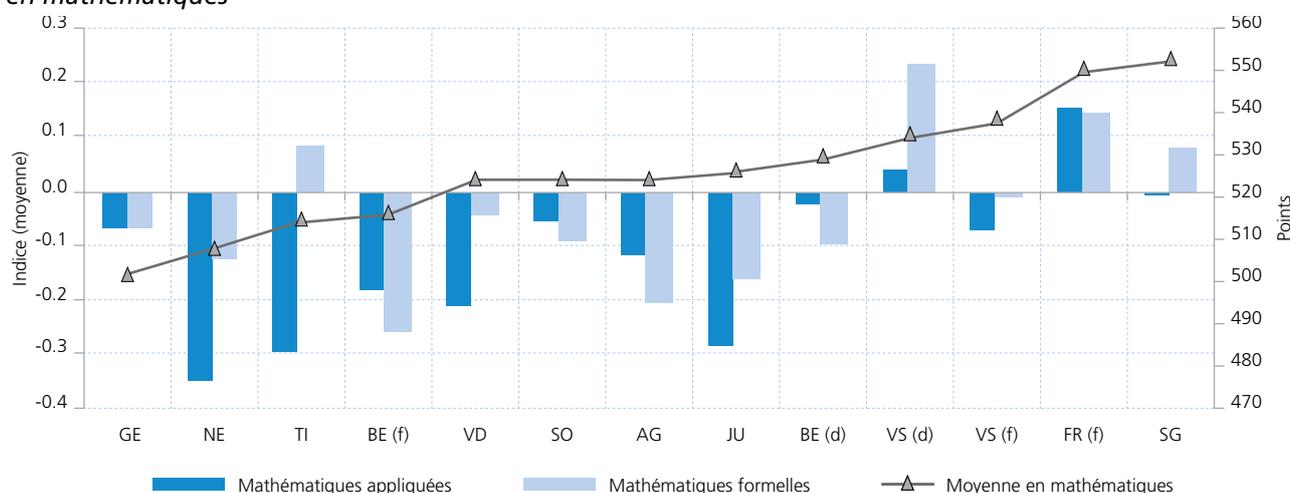
## Possibilités d'apprentissage et contexte scolaire et performances

Le graphique 4.11 suivant permet de comparer les deux indices d'exposition aux mathématiques selon les différents cantons. On constate que l'exposition aux *mathématiques formelles* est plus importante au Tessin, elle est moins importante dans les cantons romands (sauf Fribourg) et dans les cantons alémaniques (sauf Saint-Gall et la partie alémanique du Valais). Pour les mathématiques appliquées l'exposition est plus faible au Tessin et dans la plupart des cantons romands que dans les autres cantons.

Nous avons vu qu'il existe une relation entre l'exposition des élèves et les performances, certaines de leurs caractéristiques et leurs performances. On peut se demander s'il existe une relation entre la performance moyenne des cantons et l'exposition des élèves de ces cantons aux possibilités d'apprentissage définies par PISA.

On observe globalement des différences d'exposition aux deux indices selon les cantons. Par exemple deux cantons proches du point de vue de leur performance moyenne peuvent avoir une exposition différente aux deux indices de possibilités d'apprentissage. Toutefois, on notera que dans la plupart des cantons qui ont une performance moyenne élevée, les élèves sont plus souvent exposés aux *mathématiques formelles*. A l'inverse, les cantons qui ont des performances moyennes plus faibles sont également le plus souvent les cantons dont les élèves sont le moins souvent exposés aux *mathématiques appliquées*. On notera toutefois que les trois cantons qui ont les performances moyennes les plus faibles ne sont pas ceux dont les élèves sont le moins exposés aux *mathématiques formelles*. En d'autres termes, la relation entre l'exposition aux mathématiques formelles ou appliquées et la performance selon les cantons n'est pas nette. On pourrait donc se demander si ce n'est pas seulement l'exposition à l'un ou à l'autre des « types de mathématiques » qui est importante mais l'articulation entre ces deux types.

Graphique 4.11 - Exposition aux mathématiques appliquées et formelles selon les cantons et performances en mathématiques



**Remarques :** Les résultats se basent sur les indices d'exposition aux mathématiques appliquées et formelles. Les cantons sont classés dans l'ordre croissant du score moyen sur l'échelle globale des mathématiques.

## Compétences nationales fondamentales et résultats à PISA

Dans l'introduction de ce chapitre, nous avons vu que certaines proximités existaient entre les deux cadres de références (compétences fondamentales et PISA). Il faut toutefois signaler que les objectifs de PISA et des standards suisses sont différents. Pour PISA, il s'agit de comparer des systèmes éducatifs en observant les compétences des élèves des différents systèmes étudiés. Dans le domaine des mathématiques, ces compétences sont définies en termes de « culture mathématique » (*mathematical literacy*) c'est-à-dire ce que devraient être capables de faire les élèves dans la vie de tous les jours en se servant de leurs connaissances issues des expériences impliquant les mathématiques. Pour les compétences fondamentales nationales, il s'agit de définir des attentes que tous les élèves sont censés atteindre aux différents niveaux de leur cursus scolaire. Ici on est plus centré sur ce que le système scolaire devra être à même de fournir aux élèves qui le fréquentent. Nous allons d'abord synthétiser les résultats de l'enquête PISA dans les différents aspects des contenus mathématiques. Ensuite, nous tenterons de faire, dans la mesure du possible, des liens entre ces résultats et le cadre conceptuel des compétences fondamentales nationales.

L'analyse des résultats de PISA en mathématiques à partir des sous-échelles de contenu et de processus ainsi qu'en fonction des possibilités d'apprentissage proposées aux élèves permettent de distinguer différents aspects des compétences en mathématiques des élèves. Globalement, on remarque peu de différences de résultats moyens selon ces sous-échelles de contenu ou de processus. On notera toutefois que la sous-échelle de contenu *espace et formes* est mieux réussie que les autres sous-échelles de contenu alors que la sous-échelle *incertitude et données* l'est moins bien. On trouve peu de différence entre les sous-échelles de processus.

On s'est également demandé si les caractéristiques des élèves avaient un effet différencié en fonction des différentes sous-échelles. On remarque que le niveau socio-économique, l'origine de l'élève ont un effet sur les compétences des élèves pour toutes les sous-échelles de contenu et de processus. Pour le genre, l'effet est plus différencié, la sous-échelle *espace et forme* se distingue de celle de *quantité* pour les sous-échelles de contenu et le processus *formuler* se distingue du processus *interpréter*. On constate également une situation différente pour le genre par rapport aux autres caractéristiques étudiées en ce qui concerne la composition des groupes d'élèves de niveaux faibles ou forts. En effet, on constate peu de différence, pour toutes les sous-échelles, dans la

proportion de filles ou de garçons qui se situent dans les niveaux faibles. Par contre, le pourcentage de filles qui se situent dans les niveaux forts est moins élevé que celui des garçons. Cela pourrait s'expliquer en partie par le fait que les garçons choisissent plus souvent des options ou des programmes avec des mathématiques renforcés.

Ces quelques différences de l'effet des caractéristiques des élèves sur les performances des élèves nous donnent à penser qu'en Suisse le domaine *espace et formes* est privilégié dans l'enseignement. On remarque que ce domaine le serait particulièrement en Suisse latine comparativement aux autres domaines. Les filles seraient également moins à l'aise par rapport aux garçons pour ce domaine. Ceci est mis en évidence à partir du cadre conceptuel et des résultats de PISA 2012.

L'étude des possibilités d'apprentissage offertes aux élèves montrent que l'exposition aux *mathématiques formelles* est plus fréquente pour les élèves qui fréquentent les filières prégymnasiales et l'impact de l'exposition aux *mathématiques formelles* sur les performances des élèves est grand même s'il est contrôlé par la filière fréquentée. Par ailleurs, on ne constate pas de relation nette entre les performances selon les cantons et l'exposition aux possibilités d'apprentissage. On notera toutefois que les cantons qui sont en moyenne les plus performants ne sont pas ceux qui sont le moins exposés aux *mathématiques appliquées*.

Comment mettre en lien ces résultats avec les compétences fondamentales nationales? Notons d'abord que pour le moment les compétences nationales de base sont en cours de mise en œuvre notamment par la réalisation de plan d'étude régionaux et une première évaluation des compétences fondamentales en mathématiques est prévue en 2016. Donc pour le moment nous disposons de la définition de ces compétences fondamentales mais nous ne disposons pas de données quant à leur mise en œuvre. Ainsi, les résultats de PISA, interprétés à la lumière du cadre conceptuel des compétences fondamentales nationales pourraient donner des indications quant aux aspects des mathématiques qui sont déjà développés ou aux aspects à développer au moment où ces compétences fondamentales nationales seront mises en œuvre.

Comme on l'a vu plus haut, les *domaines de compétences* définis par les standards nationaux de formation ne sont pas constitués de la même manière que les catégories de *contenus* de PISA 2012. C'est ainsi que le domaine *Espace* du modèle suisse contient des connaissances et des capacités issues de la géométrie, par contre, la catégorie de contenus *Espace et formes* de PISA

2012, fait appel à d'autres champs des mathématiques « telles que la visualisation dans l'espace, le mesurage et l'algèbre ». De même, la catégorie du contenu *Incertitude et données* implique une « connaissance des nombres et de certains aspects de l'algèbre comme les graphiques et les représentations symboliques » (OCDE, 2013, p. 39). En gardant cette différence en vue, il est intéressant aussi de constater que, dans le cadre des compétences fondamentales pour le domaine *Espace*, à travers les trois cycles, il est attendu que les élèves acquièrent des connaissances et des capacités en relation aux huit aspects de compétences. Ceci pourrait expliquer que les résultats de la Suisse sont particulièrement bons à cette sous-échelle de

PISA. Par contre, pour le domaine *Analyse de données et probabilités*, les connaissances et les capacités des élèves dans ce domaine seront à apprendre seulement au cycle 3. Cela voudrait dire que les élèves auraient plus de possibilités d'apprentissage en lien avec le domaine *Espace* qu'en lien avec celui d'*Analyse des données et probabilités*. Cela pourrait signifier, au vu des résultats de l'enquête, que le domaine de compétence *Espace* est déjà particulièrement pris en compte dans l'enseignement en Suisse et plus spécifiquement en Suisse latine alors que le domaine *Analyse de données et probabilité* serait encore à développer, en particulier dès les premiers cycles d'apprentissage.

## Bibliographie

CDIP (Conférence suisse des directeurs cantonaux de l'instruction publique). (2011). *Compétences fondamentales pour les mathématiques: standards nationaux de formation adoptés par l'Assemblée plénière de la CDIP le 16 juin 2011*. Berne: CDIP.

Eurydice. (2009). *Les évaluations standardisées des élèves en Europe: objectifs, organisation et utilisation des résultats*. Bruxelles: Eurydice.

OCDE (Organisation de coopération et de développement économiques). (2013a). *Cadre d'évaluation et d'analyse du cycle PISA 2012: compétences en mathématiques, en compréhension de l'écrit, en sciences, en résolution de problèmes et en matières financières*. Paris: OCDE.

OCDE (Organisation de coopération et de développement économiques). (2013b). *Résultats du PISA 2012: savoirs et savoir-faire des élèves: performance des élèves en mathématiques, en compréhension de l'écrit et en sciences* (Vol. I). Paris: OCDE.